Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

шифр 73-09-04

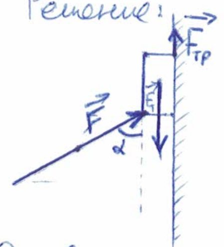
Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

7) Дано:
$m = 1$ кг
$\angle\alpha = 60°$
$\mu = 0{,}1$

F - ?

Решение:



$F_T = mg = 1кг \cdot 10 м/с^2 = 10Н$

$F_{тр} = \mu mg = 0{,}1 \cdot 1кг \cdot 10 м/с^2 = 1Н$

$R = F_T - F_{тр} = 10Н - 1Н = 9Н$

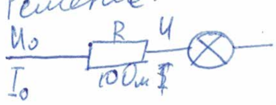
$F = \frac{R}{\cos\alpha} = \frac{9Н}{\cos 60°} = \frac{9Н}{\frac{1}{2}} = 18Н$

Ответ: $F = 18$ Н

8) Дано:
$R = 10$ Ом
$U_0 = 30$ В

P - ?

Решение:



$U_0 = I_0 R \Rightarrow I_0 = \frac{U_0}{R} = \frac{30В}{10Ом} = 3А$

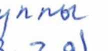
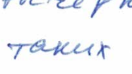
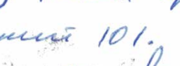
$I = 3А$ по графику соответствует $U = 15$В

$P = I \cdot U = 3А \cdot 15В = 45$ Вт.

Ответ: $P = 45$ Вт

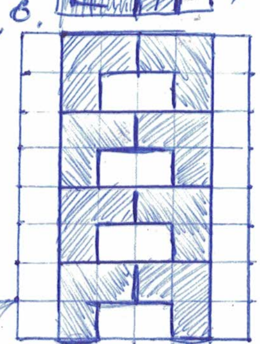
1) Чтобы на конце была 1, нужно вычеркнуть все чётные числа (1011). Останется 1011 нечётное число. Т.к. на последнюю цифру произведения влияют только последние цифры множителей, рассматривать будем только их. Получится 202 группы из 1,3,5,7 и 9 и ещё одна 1. При умножении нечётного числа на 5 на конце будет 5 ⇒ вычёркиваем пятёрки (202). Остаётся 202 группы из 1,3,7 и 9 и ещё одна 1. $(1\cdot3\cdot7\cdot9) = \ldots9$ таких произведений 202. $(1\cdot3\cdot7\cdot9)\cdot(1\cdot3\cdot7\cdot9) = \ldots9 \cdot \ldots9 = \ldots1$ таких произведений 101. Перемножаем 101 число, оканчивающееся на 1, и ещё одну 1, получаем произведение, которое оканчивается на 1. Итого мы вычеркнули 1011 чётное число и 202 числа, оканчивающиеся на 5. $1011 + 202 = 1213$ чисел

Ответ: 1213 чисел надо вычеркнуть.

4) Всего в прямоугольник 6×8 (48кл.) можно поместить 16 уголков. Рассмотрим прям-к 2×3 (6кл.), куда помещается 2 уголка: . Сюда можно поместить и 1 уголок: . Рассмотрим пр-к 2×4 (8кл.), куда помещается 2 уголка. Одним уголком уже не перекрыть всё:  ⇒ максимальное количество клеток, которое можно перекрыть 1 уголком, 6. ⇒ 48 : 6 = 8 уголков минимум.

7 клеток ~~не~~ получится перекрыть, НО ~~48/7~~ при составлении пр-ка 6×8 не получится использовать одинаковые кусочки, т.к. 48∤7 и в любом случае обрезуются места, куда можно добавить уголок ⇒ 7 не минимум.

Ответ: 8 уголков. Вариант расстановки:



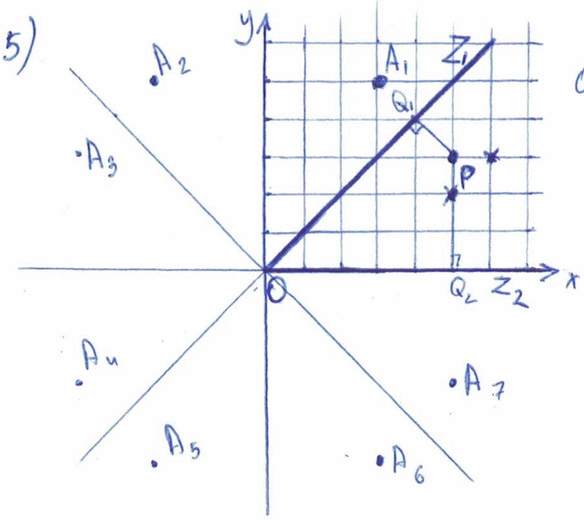
Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

шифр 73-09-04

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

5)

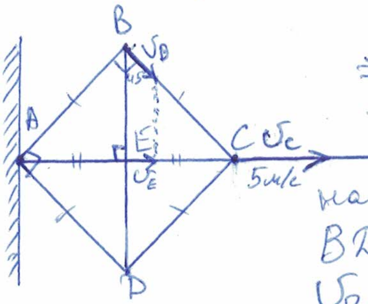


P(5;3) – предмет. опустим перпендикуляры на зеркал OZ_1 и OZ_2. Получим изображения $Q_1(4;4)$ и $Q_2(5;0)$.

Т.к. $\angle Z_1OZ_2 = 45°$ $\frac{360°}{45°} = 8$ „предметов", только один из которых настоящий (P), а остальные – ~~изображения~~ мнимые ($A_1, A_2, A_3 \dots A_7$)

Ответ: 7 изображений, (4;4), (5;0)

6)



Обозначим точкой E точку пересечения диагоналей ромба ABCD ⇒ ⇒ AE = EC ⇒ при увеличении AC на x AE увеличивается на $\frac{x}{2}$ ⇒ $\upsilon_E = \frac{1}{2}\upsilon_C = \frac{5\,см/с}{2} = 2{,}5$ см/с

При проекции υ_B на AC получим υ_E, т.к. точки находятся на одной прямой, ⊥ AC.

BD – диаг. ромба ⇒ бис-са $\angle ABC = 90° \Rightarrow \angle EBC = \frac{1}{2}\angle ABC = 45°$.

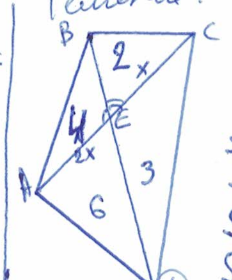
$\upsilon_B = \frac{\upsilon_E}{\sin 45°} = \frac{2{,}5\,м/с}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{2 \cdot 2{,}5\,м/с}{\sqrt{2}} = 2{,}5\sqrt{2}$ м/с

Ответ: $\upsilon_B = 2{,}5\sqrt{2}$ м/с.

2) Дано:
ABCD – вып. чет.
$AC \cap BD = E$
$S_{ABD} = 10\,см^2$
$S_{ACD} = 9\,см^2$
$S_{AED} = 6\,см^2$

S_{ABCD} – ?

Решение:



$S_{ABE} = S_{ABD} - S_{AED} = 10\,см^2 - 6\,см^2 = 4\,см^2$

$S_{BEC} = S_{ACD} - S_{AED} = 9\,см^2 - 6\,см^2 = 3\,см^2$

$\sin\alpha = \sin(180° - \alpha) \Rightarrow \sin AEB = \sin BEC = \sin E$

$\frac{S_{AED}}{S_{CED}} = \frac{\frac{1}{2} AE \cdot \cancel{ED} \cdot \cancel{\sin E}}{\frac{1}{2} CE \cdot \cancel{ED} \cdot \cancel{\sin E}} = \frac{6}{3} = \frac{2}{1} \Rightarrow AE\ 2x,\ CE = x$

$S_{ABE} = \frac{1}{2} \cdot BE \cdot AE \cdot \sin E = \frac{1}{2} BE \cdot 2x \cdot \sin E = 4$
$S_{BEC} = \frac{1}{2} \cdot BE \cdot EC \cdot \sin E = \frac{1}{2} BE \cdot x \cdot \sin E$
$\Rightarrow S_{ABE} = 2(x BE \cdot \frac{1}{2} \cdot \sin E) = 2 S_{BEC} \Rightarrow S_{BEC} = \frac{1}{2} S_{ABE} = \frac{4}{2}$ см

$S_{ABCD} = S_{AEB} + S_{BEC} + S_{CED} + S_{DEA} = 4 + 2 + 3 + 6 = 15\,см^2$

Ответ: $S_{ABCD} = 15\,см^2$

8) $x^2 + (p+n)x + q + n$ по т. Виета: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -p - n \\ x_1 \cdot x_2 = q + n \end{cases}$ $q - p + \cancel{n} - \cancel{n}$ ⇒ разница между q и p постоян

$x^2 - 2024x - 2025 = 0$
$x_1 + x_2 = 2024$
$x_1 \cdot x_2 = -2025$
$\Rightarrow x_1 = -1,\ x_2 = 2025$
$-2025 + 2024 = -1$

$x^2 - 2000x - 2001 = 0$
$x_1 + x_2 = 2000$
$x_1 \cdot x_2 = -2001$
$\Rightarrow x_1 = -1,\ x_2 = 2001$
$-2001 + 2000 = -1$

$x^2 - 2x - 3 = 0$
$x_1 + x_2 = 2$
$x_1 \cdot x_2 = -3$
$\Rightarrow x_1 = -1,\ x_2 = 3$
$-3 + 2 = -1$