



Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

шифр 18-08-56

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	12	12	9	4	—	0	15	6	57

Вариант 2

N 1

Пусть это числа $a, a+1, a+2, a+3$. Предположим что в первой группе 1 и 2 числа, тогда $(a+2)(a+3) > a(a+1)$ м.к. $a+2 > a+1, a+3 > a$ и $a \in \mathbb{N}$

$$a(a+1) + 2021 = (a+2)(a+3)$$

$$a^2 + a + 2021 = a^2 + 5a + 6$$

$$4a = 2015$$

$a = 503,75$, но a - натуральное. Получили противоречие

Пусть в первой группе 1 и 3 число, тогда, $(a+1)(a+3) > a(a+2)$ м.к. $(a+1) > a, (a+3) > a+2$ и $a \in \mathbb{N}$

$$a(a+2) + 2021 = (a+1)(a+3)$$

$$a^2 + 2a + 2021 = a^2 + 4a + 3$$

$$2a = 2018$$

$$a = 1009, \text{ тогда это числа } 1009, 1010, 1011, 1012$$

Пусть в первой группе 1 и 4 число, тогда либо $a(a+3) > (a+1)(a+2)$ либо $a(a+3) < (a+1)(a+2)$. Рассмотрим оба случая

$$a^2 + 3a + 2021 = (a+1)(a+2) + 2021$$

$$a^2 + 3a = a^2 + 3a + 2 + 2021$$

$$0 = 2023 \Rightarrow \emptyset$$

$$(a+3)a = (a+1)(a+2)$$

$$a^2 + 3a = a^2 + 3a + 2$$

$$2021 = 2 \Rightarrow \emptyset$$

Ответ: 1009, 1010, 1011, 1012

N 2

Заметим что $\frac{AB}{AB'} = \frac{AC}{AC'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{1}{7} \Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta ABC'$

а это значит $\angle CAB = \angle B'AC'$

Рассмотрим $\Delta BAB'$ и $\Delta CAC'$. В них

1) $BA = CA = 41$

2) $B'A = C'A = 284$

3) $\angle BAB' = \angle CAC'$ м.к. $\angle BAB' = \angle BAC + \angle CAB' = \angle C'AB' + \angle CAB' = \angle CAC' \Rightarrow \Delta BAB' = \Delta CAC'$ и $BB' = CC'$

125

125



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр 18-08-56

Заметим что $a^2 + 64 + 16a = (a+8)^2$ и число которое получили имеет остаток 6 при делении на 2019, т.к. сумма цифр пятизначного числа 2022, а $2022 \equiv 6 \pmod{9}$. Значит $(a+8)^2 \equiv 6 \pmod{9}$. Значит $(a+8)^2$ можно представить в виде $9k+6$, где k - натуральное

$$(a+8)^2 = 9k+6$$

$$(a+8)^2 = 3(3k+6) \Rightarrow (a+8)^2 : 3, \text{ но тогда } (a+8) : 3 \text{ и } (a+8)^2 : 9,$$

$9k+6 : 9$. Получили противоречие. Значит Пята ошибся в расчетах.

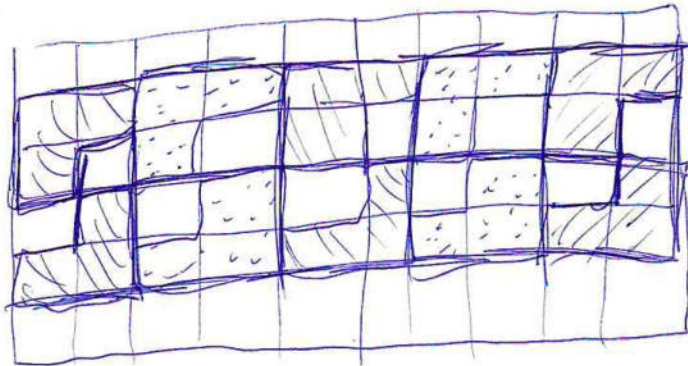
Разобьем трапециевидник на квадраты 2×2 . Заметим что из каждого квадрата можно убрать хотя бы 2 клетки, а иначе там останется 3 или 4 клетки и из них можно сделать уголок.

$$60 : 4 = 15 \text{ квадратов } 2 \times 2$$

$$15 \cdot 2 = 30 \text{ клеток можно убрать}$$

$$30 : 3 = 10 \text{ уголков придется использовать}$$

Пример:



4б.



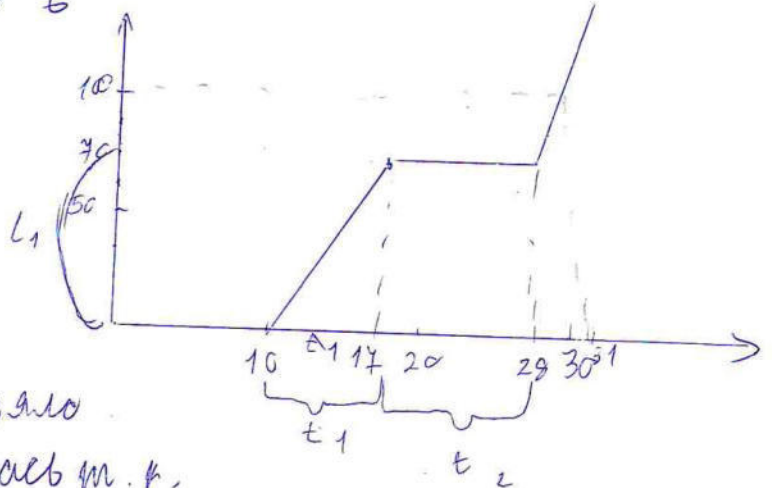
Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

Шифр 18-08-56

$t_0 = 17^\circ\text{C}$
 $t_1 = 7^\circ\text{C}$
 $t_2 = 11^\circ\text{C}$
 $l_1 = 70\text{ м}$

 $v_{\text{ср}} = ?$

$v_{\text{ср}} = \frac{S_{\text{вс}}}{t_1} = \frac{70\text{ м}}{7\text{ с}} = 10\text{ м/с}$



Заметим что пока тело стояло средняя скорость уменьшалась т.к. путь не изменялся а время увеличивалось

Потом когда тело начало двигаться быстрее средняя скорость растет. Нам нужно узнать в какой момент она стала 10 м/с. Как видно на графике 100 м от начала на эту секунду. Но график точно не видно возмемось помять какая у него скорость. Если она такая же то средняя скорость 10 м/с никогда не станет. Если она больше то средняя скорость 10 м/с станет в точке пересечения этих двух прямых. Так как средняя скорость 10 м/с на всем участке от 0 до 70 м, т.к. скорость была неизменно.

№ 7

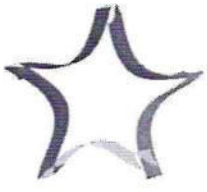
$t_1 = 40^\circ\text{C}$
 $t_2 = 60^\circ\text{C}$
 $\rho_{\text{ж}} = 1000\text{ кг/м}^3$
 $\rho_{\text{м}} = 900\text{ кг/м}^3$
 $c_{\text{в}} = 4200 \frac{\text{Дж} \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}}{\text{м} \cdot \text{с}^2}$
 $c_{\text{м}} = 2100 \frac{\text{Дж} \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}}{\text{м} \cdot \text{с}^2}$

$Q_1 + Q_2 = 0$
 $c_{\text{м}} m_{\text{м}} (t_1 - t_{\text{ком}}) + c_{\text{ж}} m_{\text{ж}} (t_{\text{ком}} - t_2) = 0$
 $c_{\text{м}} m_{\text{м}} (t_1 - t_{\text{ком}}) = c_{\text{ж}} m_{\text{ж}} (t_{\text{ком}} - t_2)$
 т.к. изменение t по модулю равны то мы можем сократить
 $c_{\text{м}} m_{\text{м}} = c_{\text{ж}} m_{\text{ж}}$

156

$t_{\text{ком}} = ?$

$Q_3 + Q_4 + Q_5 = 0$
 $(\frac{g}{10} V_{\text{ж}}) c_{\text{в}} (t_2 - t_{\text{ком}}) + (\frac{1}{10} V_{\text{м}}) c_{\text{м}} (t_1 - t_{\text{ком}}) + m_{\text{ж}} c_{\text{ж}} (t_{\text{ком}} - t_2) = 0$
 Подставим вместо $c_{\text{ж}} m_{\text{ж}}$ $c_{\text{м}} m_{\text{м}}$ и заметим что т.к. изменения температуры по модулю равны то $t_2 - t_{\text{ком}} = -(t_1 - t_{\text{ком}}) \Rightarrow 2t_{\text{ком}} = t_2 + t_1$ и $t_{\text{ком}} = 50^\circ\text{C}$



Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

Глазовский инженерно-экономический институт (филиал)
 федерального государственного бюджетного
 образовательного учреждения высшего образования
 «Ижевский государственный технический университет имени М.А. Калашникова»
 Шифр 18-08-56

Поставляем и получаем

$$\frac{9}{10} V_{pв св} (60^\circ - 50^\circ) + \frac{1}{10} V_{p м см} (40^\circ - 50^\circ) + c_{м п м} (t_{нач} - 50^\circ) = 0$$

Поставим $t_{м п м} = V_{p м см}$

$$\frac{9}{10} V_{p в св} + \frac{1}{10} V_{p м см} \cdot (-10^\circ) + c_{м п м} V_{p м см} (t_{нач} - 50^\circ) = 0$$

$$9 V_{p в св} + - V_{p м см} + 10 c_{м п м} V_{p м см} (t_{нач} - 50^\circ) = 0 \text{ (сокращаем на } V_{p м см})$$

$$9 p в св - p м см + c_{м п м} p м см (t_{нач} - 50^\circ) = 0$$

$$9 p в св - p м см = - c_{м п м} p м см (t_{нач} - 50^\circ)$$

$$9 p в св - p м см = c_{м п м} p м см (50^\circ - t_{нач})$$

$$\frac{9 p в св - p м см}{c_{м п м} p м см} = 50^\circ - t_{нач}$$

$$t_{нач} = 50 - \frac{9 p в св - p м см}{c_{м п м} p м см} = 50 - \frac{9 p в св}{1 c_{м п м} p м см} + \frac{p м см}{c_{м п м} p м см} =$$

$$= 51^\circ - \frac{9 \cdot 1000 \text{ кДж/м}^3 \cdot 2}{900 \text{ кДж/м}^3} = 51^\circ - 20^\circ = 31^\circ$$

Ответ: 31°

N 8

Пусть R - сопротивление резистора, тогда изначальное сопротивление $3R$. Нарисуем новую схему и перерисуем её чтобы было удобнее

$$R_{23} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = \frac{R^2}{2R} = \frac{R}{2}$$

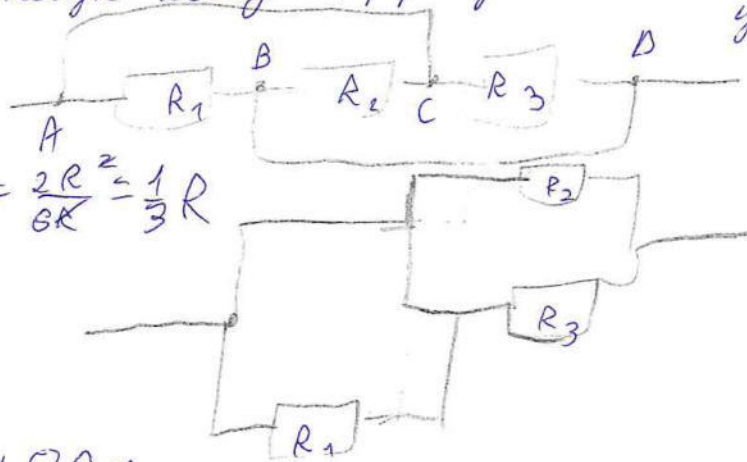
$$R_{од} = \frac{R_1 \cdot R_{23}}{R_1 + R_{23}} = \frac{R \cdot \frac{R}{2}}{R + \frac{R}{2}} = \frac{\frac{R^2}{2}}{\frac{3R}{2}} = \frac{2R^2}{6R} = \frac{1}{3} R$$

$$3 R_{од} - R_{ком} = 40 \text{ Ом}$$

$$3R - \frac{1}{3} R = 40 \text{ Ом}$$

$$\frac{8}{3} R = 40 \text{ Ом} \quad | \cdot 3$$

$$5R = 240 \text{ Ом} \Rightarrow R = 4,8 \text{ Ом}$$



68