

Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 66-07-02

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	12	12	2	0	15	10	2	0	53

Вариант 1

Задача N 1.

Пусть x ($x \leq 75$) - все собранные Петей грибы.
Он. Тогда $0,5x$ - белые грибы. Неизвестно, какие
грибы Пета выбросил. Решим 4 уравнения:

$$1) 0,5x - 3 = 0,48(x - 3)$$

$$0,02x = 1,56$$

$$x = 78; x > 75 \Rightarrow \text{н.к.}$$

$$2) 0,5x - 2 = 0,48(x - 3)$$

$$0,02x = 1,56$$

$$x = 28.$$

$$3) 0,5x - 1 = 0,48(x - 3)$$

$$0,02x = -0,44$$

$$x = -22; x \notin \mathbb{N} \Rightarrow \text{н.к.}$$

$$4) 0,5x = 0,48(x - 3)$$

$$0,02x = -1,44$$

$$x = -72; x \notin \mathbb{N} \Rightarrow \text{н.к.}$$

Подходит лишь второй вариант ($x = 28$)

Ответ: он собрал 28 грибов.

1

Задача № 3.

Запишем число, которое получил Пета.

$$a^2 + 49 - 14a, a \in \mathbb{N}$$

$$a^2 + 49 - 14a = a^2 - 14a + 49 = a^2 - 2 \cdot a \cdot 7 + 7^2 = (a-7)^2$$

Это число можно представить лишь как 2022
единицы в начале и нули в конце; запишем
его так:

$$10^k + 10^{k-1} + \dots + 10^{k-n}$$

Очевидно, в числе присутствуют десятки в четной степени, значит, число Пети нельзя представить в виде квадрата, не оно должно быть равно $(a-7)^2$, откуда имеем противоречие. Значит, Пете ошибся.

Ответ: Пета ошибся.



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр 66-07-02

Задача № 6.

Пусть t_1 - время езды, если стоять неподвижно;
 v_1 - скорость езды при стоянии неподвижно;
 v_2 - скорость при дополнительной ходьбе;
 S - длина эскалатора; t_2 - время, если идти
по эскалатору; v - скорость эскалатора.

Дано

$$t_1 = 3t_2$$

$$v_1 = v$$

$$v_2 = v + 2\frac{m}{c}$$

$$v = ?$$

Решение

$$t_1 = \frac{S}{v_1} = \frac{S}{v}$$

$$t_2 = \frac{S}{v_2} = \frac{S}{v + 2\frac{m}{c}}$$

$$t_1 = 3t_2 \Rightarrow \frac{S}{v} = 3 \frac{S}{v + 2\frac{m}{c}}$$

$$\frac{S}{v} = \frac{3S}{v + 2\frac{m}{c}}$$

$$S(v + 2\frac{m}{c}) = 3vS \quad | : S$$

$$v + 2\frac{m}{c} = 3v$$

$$2\frac{m}{c} = 2v$$

$$v = 1\frac{m}{c}$$

10

Ответ: скорость эскалатора - $1\frac{m}{c}$.

Задача №2.

Пусть n -литровый резервуар остался после последней операции.

Сделаем так: прибавим три раза по 99 м^3 , вычтем 2 раза по 150 м^3 .

$$n + 3 \cdot 99 - 2 \cdot 150 = n - 3, \text{ т.е. воды станет на } 3 \text{ м}^3$$

меньше.

Также $\text{НОД}(150, 99) = 3$, т.е. можно стабильно уменьшать объем воды на 3 м^3 .

Изначально было 250 м^3 воды.

$$250 : 3 = 83 \text{ (ост. 1)}$$

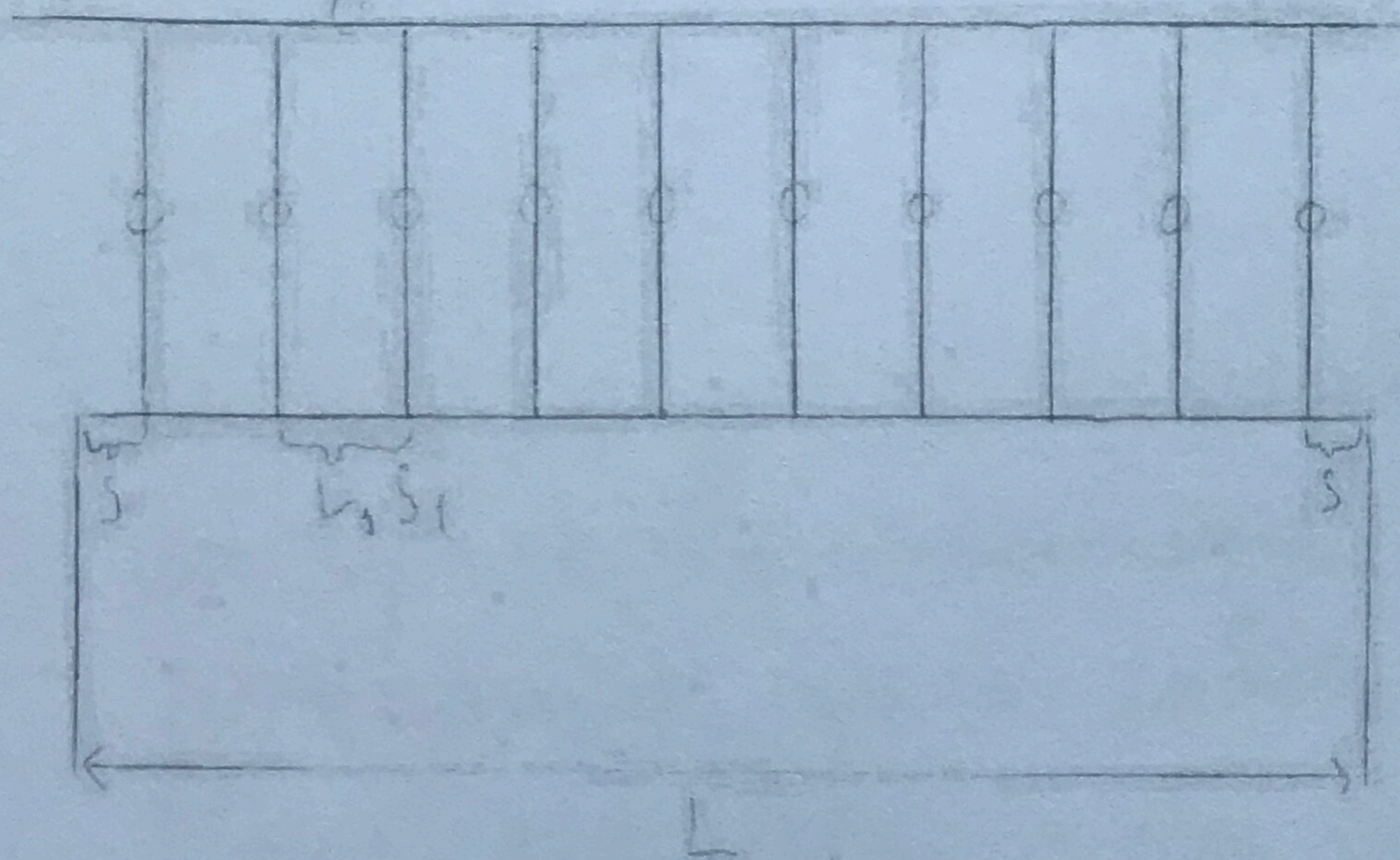
Значит, через 83 операции останется 1 м^3 воды.

Далее уменьшать объем нельзя, т.к. осталось 1 м^3 воды, что меньше трех.

Ответ: можно оставить 1 м^3 воды.



Задача №5



Рассматриваем ситуацию,
когда детали
под максимальными
напряжениями.

15

Минимальная скорость ленты будет, если на каждой детали будет груз (или несколько, как по-настоящему). Т.е. на первой - один, на второй - два... Это заведет ленту на

$$\Delta V_{\text{ср}} = 1 \cdot \Delta V + 2 \cdot \Delta V + 3 \cdot \Delta V + 4 \cdot \Delta V + 5 \cdot \Delta V + 6 \cdot \Delta V + 7 \cdot \Delta V + 8 \cdot \Delta V + 9 \cdot \Delta V + 10 \cdot \Delta V =$$
$$= (10 + 20 + 30 + 40 + 50 + 60 + 70 + 80 + 90 + 100) \frac{\text{м}}{\text{с}} = 550 \frac{\text{м}}{\text{с}} = 5,5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Т.к. первый манипулятор отстоит от края на $s = 50 \text{ см}$, то и последний также на $s = 50 \text{ см}$. Когда деталь с 10 грузами будет на краю конвейера, на другом будет деталь без груза, но она не затормозит конвейер. Тогда

$$v_{\text{н}} = v_0 - \Delta v_{\text{ср}} = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}} - 5,5 \frac{\text{м}}{\text{с}} = 4,5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Ответ: минимальная скорость конвейера - $4,5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

5

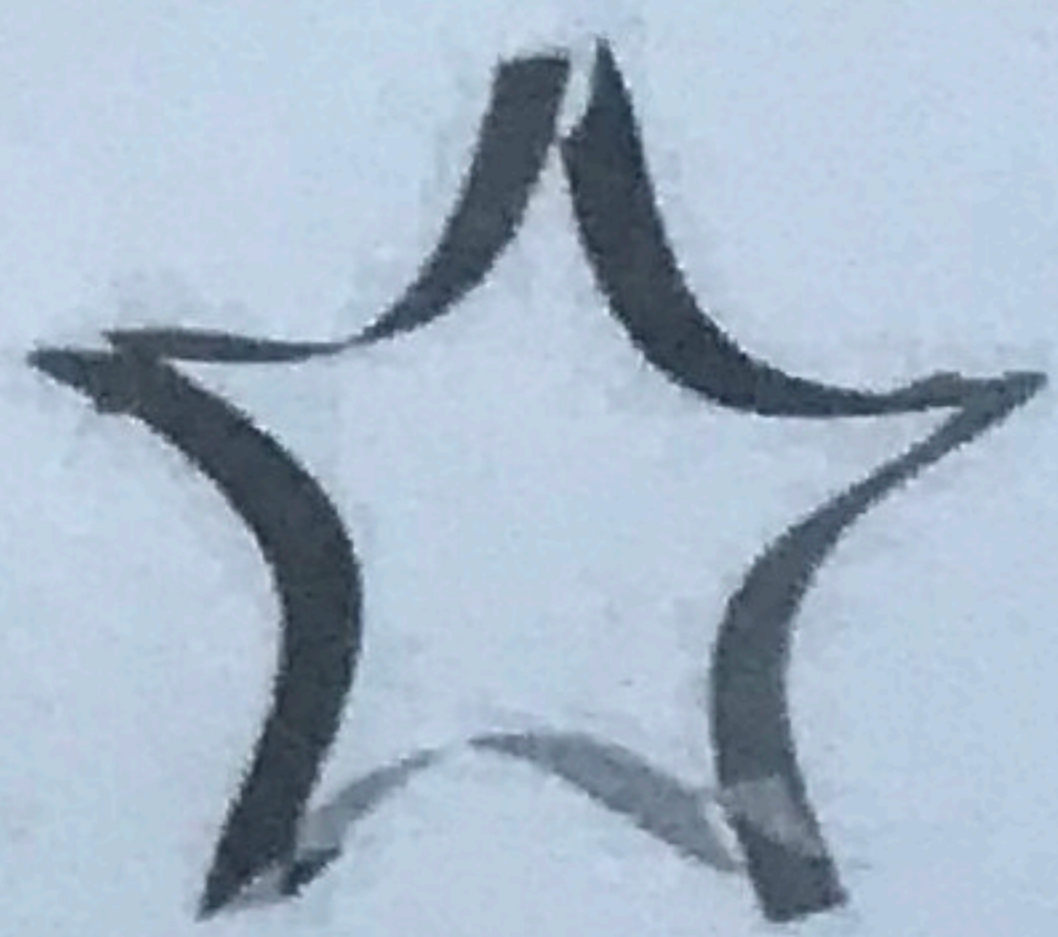
Задача 14.

Пусть $a+b+c+d+e$ - сумма некоторых целых чисел из этого ряда. Тогда для выполнения условия для любых целых a, b, c, d, e $(a+b+c+d+e) > 0$.

Значит, и другие 404 пятерки положительны, и их сумма положительна. И т.к. условие должно выполняться, сумма любых 5 чисел положительна. Тогда для того, чтобы сумма всего ряда была отрицательной, оставшиеся два числа (пусть это n и k) меньше нуля и суммы 404 пятерок, а значит и любых трех чисел из этих пятерок (их суммы).

Значит, появилась отрицательная пятерка, и условие не выполняется.

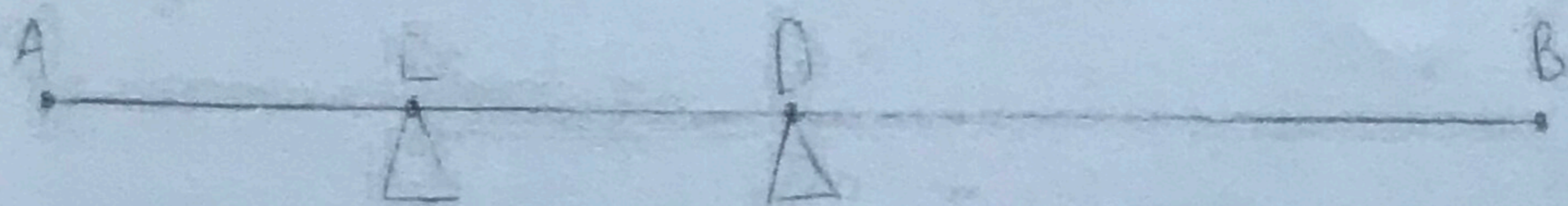
Ответ: нет, нельзя. ✓



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр 66-07-02

Задача №0



Возьмем $AB=1$, тогда $AC = \frac{1}{4}$, $CD = \frac{1}{4}$, $AD = \frac{1}{2}$.

Именин две опоры одной в точке E?

$$AE = AC + \frac{1}{2}CD = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{3}{8} = 0,375$$



0

$$EB = AB - AE = 1 - 0,375 = 0,625$$

$$\frac{F_n}{F_L} = \frac{L_n}{L_L}, \quad \frac{m_n g}{m_L g} = \frac{EB}{AE}, \quad \frac{m_n}{m_L} = \frac{EB}{AE} \Rightarrow m_L = \frac{m_n \cdot AE}{EB}$$

$$m_L = \frac{1 \text{ кг} \cdot 0,375}{0,625} = 0,6 \text{ кг}$$

Ответ: масса груза должна быть 0,6 кг.

Задача № 7.

П.к. $m_1 < m_2$, шарика пруж. кам на жунгол
нуво бич.

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{L_1}{L_2}, \frac{m_1 g}{m_2 g} = \frac{L_1}{L_2}, \frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{3}$$

$$m_2 = 3m_1 = 1,5 \text{ кг}$$

Равен - на көрөмкө

2

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{L_1}{L_2}, \frac{m_{20} g}{m_2 g} = \frac{L_1}{L_2}, \frac{m_{20}}{m_2} = \frac{1}{3}$$

$$m_{20} = \frac{m_2}{3} = \frac{1}{3} \text{ кг}$$

$$m = \frac{m_{10} + m_{20}}{2} = \frac{(1,5 + \frac{1}{3}) \text{ кг}}{2} = 1 \frac{1}{12} \text{ кг}$$

Окуму. Масса пружа = $1 \frac{1}{12}$ кг.