

Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр ЕИ-55-8-33

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	12	12	11	14		15	12	10	86

Вариант 1

① Пусть 4 последовательных числа равны: $x, (x+1), (x+2), (x+3)$

Рассмотрим несколько вариантов:

I $(x+1)(x+2) - x(x+3) = 2022$

$$x^2 + 2x + x + 2 - x^2 - 3x = 2022$$

$0 = 2022$, но т.к. $0 \neq 2022$, то решений нет, а значит этот вариант не подходит

II $(x+3)(x+1) - x(x+2) = 2022$

$$x^2 + x + 3x + 3 - x^2 - 2x = 2022$$

$$2x = 2022 - 3$$

$$x = 2019,5$$

$x = 1009,5$, но полученное число не является натуральным, \Rightarrow этот способ так же не подходит

III $(x+3)(x+2) - x(x+1) = 2022$

$$x^2 + 2x + 3x + 6 - x^2 - x = 2022$$

$$4x = 2022 - 6$$

$$x = 2016,4$$

$x = 504$, оно является натуральным, значит этот способ верный и мы можем найти остальные 3 числа.

$$x = 504$$

$$(x+1) = 504 + 1 = 505$$

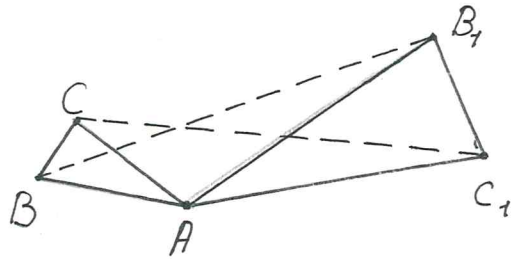
$$(x+2) = 504 + 2 = 506$$

$$(x+3) = 504 + 3 = 507$$

Ответ: 504, 505, 506, 507.

125

- ② Дано:
 $\triangle ABC$ и $\triangle AB_1C_1$ - равнобедренные
 $AB=AC=37$; $BC=20$;
 $AB_1=AC_1=222$; $B_1C_1=120$



Доказать:
 $BB_1=CC_1$

Доказательство:

- ① $\in \triangle ABC$ и $\triangle AB_1C_1$

в $\triangle ABC$ $\angle B = \angle C$, т.к. $AB=AC$ (по условию)

в $\triangle AB_1C_1$ $\angle B_1 = \angle C_1$, т.к. $AB_1=AC_1$ (по условию)

- ② Докажем, что $\triangle ABC \sim \triangle AB_1C_1$

Чтобы треугольники были подобны их стороны должны быть пропорциональны, т.е. $\frac{AB_1}{AB} = \frac{AC_1}{AC} = \frac{B_1C_1}{BC} = k$, $\frac{222}{37} = \frac{222}{37} = \frac{120}{20} = 6 \Rightarrow$
 $\triangle ABC \sim \triangle AB_1C_1$.

- ③ Из того, что $\triangle ABC \sim \triangle AB_1C_1$ следует, что соответственные углы равны, а значит $\angle B_1 = \angle C$; $\angle C_1 = \angle B$; $\angle B_1AC_1 = \angle BAC$.
 Т.к. $\angle B = \angle C$, а $\angle B_1 = \angle C_1$, то они все между собой равны, т.е.
 $\angle B = \angle C = \angle B_1 = \angle C_1$.

- ④ $\in \triangle SAC_1$ и $\triangle VAB_1$

$\angle SAC_1$ в $\triangle SAC_1$, состоит из $\angle B_1AC_1$ и $\angle CAB_1$.

$\angle VAB_1$ в $\triangle VAB_1$, состоит из $\angle BAC$ и $\angle CAB_1$

Т.к. $\angle CAB_1$ - общий, а $\angle BAC = \angle B_1AC_1$ (из подобия $\triangle BAC$ и $\triangle B_1AC_1$)
 то $\angle SAC_1 = \angle VAB_1$.

$SA=VA$ (по условию)

$AB_1=AC_1$ (по условию)

\Downarrow

$\triangle VAB_1 = \triangle SAC_1$ по I признаку

- ⑤ Из того, что $\triangle VAB_1 = \triangle SAC_1 \Rightarrow$ это соответственные элементы равны, т.е. $VB_1=SC_1$. Т.т.д.

120

③. Звездочное число имеет вид

$$a^2 + 49 - 14a = (a-7)^2$$

Оно состоит только из нулей и из 2022 единиц
Оно не может являться точным квадратом.

Сумма цифр такого числа равна 2022. По признаку делимости это число делится на 3, но не делится на 9 и значит не может быть квадратом числа. и? Отв:

Петя
ошибся.
- 1.

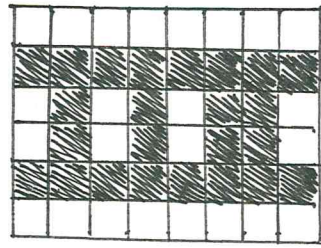
Отв ?

1125

④ 15 шестидесяти квадратах 2х2 должно быть
свободно как минимум две клетки
Иначе будет размещаться еще один
"уголок"

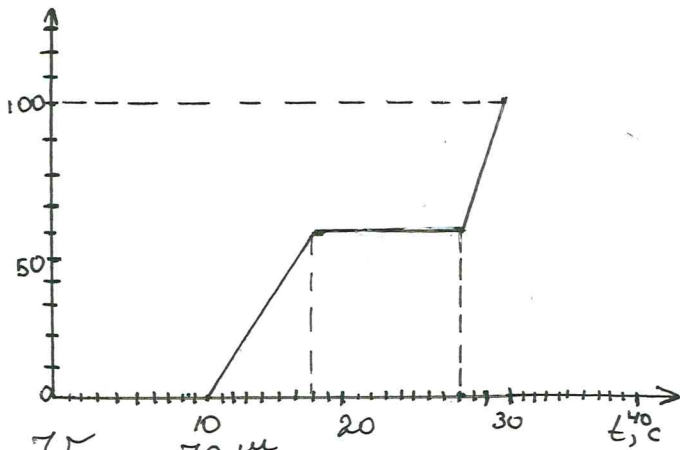
Таких квадратов можно выделить
 $6 \cdot 8 : 4 = 12$, значит свободно будет
24 клетки.

Ответ: количество уголков равно 8.



148

6



Если мы знаем то,
а оно равно 28 секунд, то
средняя скорость равна
всё расстояние делить на
всё время \Rightarrow
 $S = 70 \text{ м}; t = 28 \text{ с.}$

$$v_{\text{ср}} = \frac{70 \text{ м}}{28 \text{ с}} = 2,5 \text{ м/с}$$

Найдём на каких участках $v_{\text{ср}}$ была такой же

① $S = 100 \text{ м}; t = 31 \text{ с} \quad v_{\text{ср}} = \frac{100 \text{ м}}{31 \text{ с}} \approx 3,23 \text{ м/с} \quad \ominus$

② $S = 110 \text{ м}; t = 32 \text{ с} \quad v_{\text{ср}} = \frac{110 \text{ м}}{32 \text{ с}} \approx 3,44 \text{ м/с} \quad \ominus$

③ $S = 120 \text{ м}; t = 33 \text{ с} \quad v_{\text{ср}} = \frac{120 \text{ м}}{33 \text{ с}} \approx 3,64 \text{ м/с} \quad \ominus$

Следует из этих примеров можно заметить, что
 $v_{\text{ср}}$ увеличивается и больше 2,5

Рассмотрим промежуток времени от 10 до 28 секунд

① $S = 30 \text{ м}; t = 13 \text{ с} \quad v_{\text{ср}} = \frac{30 \text{ м}}{13 \text{ с}} \approx 2,3 \text{ м/с}$

② $S = 40 \text{ м}; t = 14 \text{ с}; \quad v_{\text{ср}} = \frac{40 \text{ м}}{14 \text{ с}} \approx 2,86 \text{ м/с}$

③ $S = 35 \text{ м}; t = 14 \text{ с} \quad v_{\text{ср}} = \frac{35 \text{ м}}{14 \text{ с}} = 2,5 \text{ м/с}$

Ответ: $v_{\text{ср}} = 2,5 \text{ с};$ такая же $v_{\text{ср}}$ была на $t_0 = 14 \text{ сек.}$

155

7) Дано:
 $t_1 = 40^\circ\text{C}$
 $t_2 = 60^\circ\text{C}$
 $c_b = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot^\circ\text{C}}$
 $\Delta t_1 = \Delta t_k$
 $\rho_{\text{ж}} = 900 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$
 $c_{\text{ж}} = 2100 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot^\circ\text{C}}$

$t_k = ?$

Решение:

① $c_k m_k \Delta t = c_{\text{ж}} m_{\text{ж}} \cdot \Delta t_1$
 $c_k V_k \rho_k = c_{\text{ж}} \cdot V_{\text{ж}} \cdot \rho_{\text{ж}}$
 $c_k \rho_k = c_{\text{ж}} \cdot \rho_{\text{ж}}$

② $c_k \rho_k V_k (t_0 - t_k) + c_b + \frac{9}{10} V_k \rho_b (t_0 - t_2) + c_{\text{ж}} \frac{1}{10} V_k \rho_{\text{ж}} (t_0 - t_1) = 0$ | : V_k
 $\rightarrow c_k \rho_k (t_0 - t_k) + c_b \frac{9}{10} \rho_b (t_0 - t_2) + c_{\text{ж}} \frac{\rho_{\text{ж}}}{10} (t_0 - t_1) = 0$ | $\cdot 10$
 $10 c_k \rho_k (t_0 - t_k) + 9 c_b \rho_b (t_0 - t_2) + \rho_{\text{ж}} c_{\text{ж}} (t_0 - t_1) = 0$
 $c_{\text{ж}} \rho_{\text{ж}} (10 t_0 - t_k + t_0 - t_1) + 9 c_b \rho_b (t_0 - t_2) = 0$
 по условию: $t_2 - t_0 = t_0 - t_1$
 $t_2 + t_1 = 2 t_0$
 $t_0 = \frac{t_2 + t_1}{2} = 50^\circ\text{C}$
 $c_{\text{ж}} \rho_{\text{ж}} \cdot (11 t_0 - t_1 - t_k) = 9 \rho_b c_b (t_2 - t_0)$
 $11 t_0 - t_1 - t_k = \frac{9 c_b \rho_b (t_2 - t_0)}{c_{\text{ж}} \rho_{\text{ж}}}$
 $t_k = 11 t_0 - t_1 - \frac{9 c_b \rho_b (t_2 - t_0)}{c_{\text{ж}} \rho_{\text{ж}}}$
 $t_k = 11 \cdot 50^\circ\text{C} - 40^\circ\text{C} - \frac{9 \cdot 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot^\circ\text{C}} \cdot 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot (60^\circ\text{C} - 50^\circ\text{C})}{2100 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot^\circ\text{C}} \cdot 900 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}}$
 $= 550^\circ\text{C} - 40^\circ\text{C} - 200^\circ\text{C} = 310^\circ\text{C}$

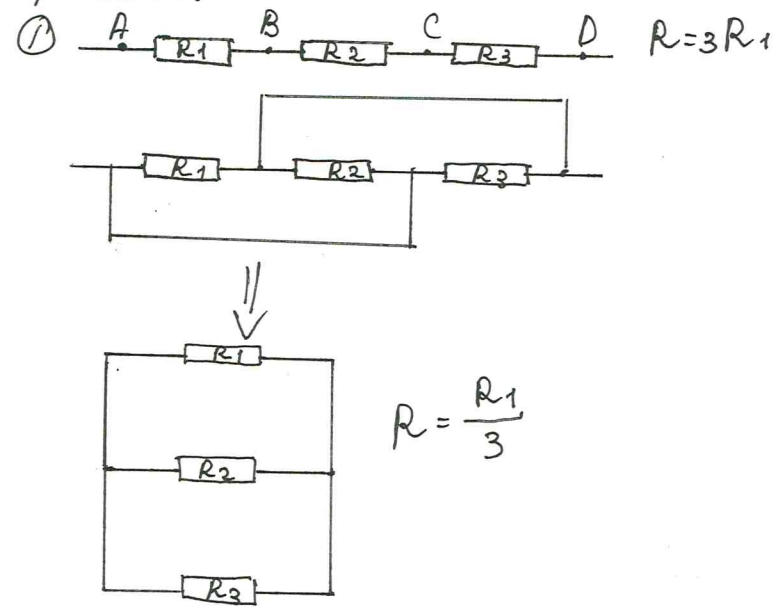
Ответ: $t_k = 310^\circ\text{C}$

120

8) Дано:
 $\Delta R = 10 \text{ Ом}$
 $R_1 = R_2 = R_3$

$R_1 = ?$

Решение:



$\Delta R = R - R_1$
 $\Delta R = 10 \text{ Ом}$
 $\Delta R = 3 R_1 - \frac{R_1}{3} = \frac{8}{3} R_1$
 $R_1 = \frac{\Delta R \cdot 3}{8} = \frac{30}{8} = \frac{15}{4} = 3,75 \text{ Ом}$
 Ответ: $R_1 = 3,75 \text{ Ом}$

105