шифр 18-09-11

| 8 | Задание | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | Всего |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 15 | Баллы | 11 | 12 | 13 | 4 | 10 | 15 | 5 | |

Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

Вариант 2

№1

Для начала, мы должны вычеркнуть все чётные числа из произведения, т.к. иначе полученное произведение будет чётным => на конце будет чётная цифра, но 3 нечётно. Ок, вычеркнули 1011 чётных. Теперь мы должны вычеркнуть все числа :5, иначе на конце будет 5. Их 2020:5=404, то среди них 202 чётных (:10), а их мы уже вычеркнули. Ок, вычеркнули ещё 202 числа, в сумме пока 1213. Рассмотрим, что у нас осталось.

~~1234567~~ 1 3 7 9 11 13 17 19 21 23 27 29

Для последней цифры в ответе нам важны лишь последние цифры в множителях. Тогда видно, что у нас они зациклились.

1 3 7 9 1 3 7 9 1 3 7 9

Таких четвёрок будет: 2020:10=202.

Произведение в каждой из них 9, 9 в чётной степени даёт на конце 1. И чтобы получить 3, нам нужно вычеркнуть ещё хотя бы одно число. Например, 7, т.к. 21:7=3.

Значит, всего мы должны вычеркнуть минимум 1213+1=1214 чисел

11б.

№2.

Проведём $DH \perp AC$.

Тогда $S_{CED} = \frac{DH \cdot CE}{2}$

$S_{AED} = \frac{DH \cdot AE}{2}$

$\frac{CE}{AE} = \frac{S_{CED}}{S_{AED}} = 2$

$S_{ABE} = S_{ABD} - S_{AED} = 8$

$S_{CED} = S_{ACD} - S_{AED} = 10$

$BF \perp AC$

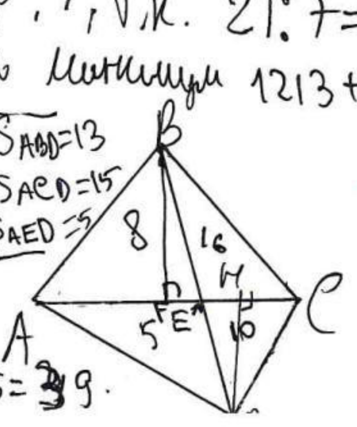
$S_{ABE} = \frac{BF \cdot AE}{2}$

$S_{BCE} = \frac{BF \cdot CE}{2}$

$S_{BCE} = \frac{CE}{AE} \cdot S_{ABE} = 2S_{ABE} = 16$

Тогда $S_{об} = 39$.

$S_{ABD} = 13$
$S_{ACD} = 15$
$S_{AED} = 5$



12б.

## №3.

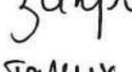
Ответ: существует: $x^2-2x+1$.

Докажем, что это всегда работает.

Каждый раз, повышая $n$ на 1, мы просто добавляем к трёхчлену $n(x-1)$. Но если $x=1$ изначально был единственным корнем, то трёхчлен продолжит иметь только целые корни, т.к. единица продолжит быть корнем, ведь мы увеличили $p$ и уменьшили $n$ на одни и те же числа, а 1 является корнем, если $b+c+1=0$, а $b+c$ не изменит значения. По т. Виета, второй корень $x_2=\frac{c}{a\cdot x_1}$, но $a=x_1=1 \Rightarrow x_2=c$, а $c$ у нас целое.

13б.

## №4.

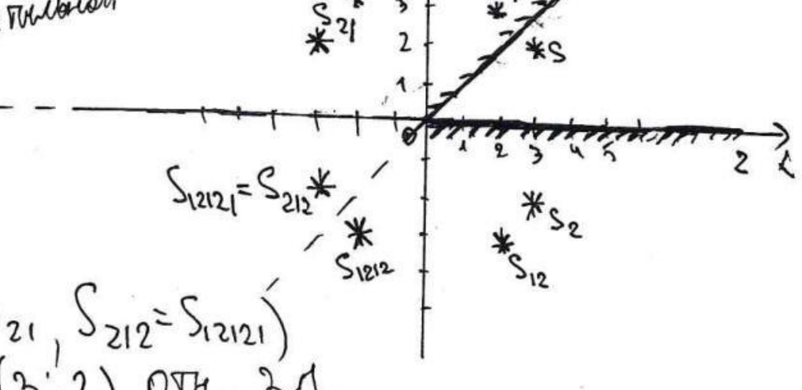
Рассмотрим квадратик $2\times2$.  В нём, чтобы нельзя было поставить уголок, нужно закрасить не менее 2 клеток. Тогда разделим наше поле на 15 таких квадратиков. В каждом из них закрашено $\geq 2$ клеток, значит всего мы закрасим $\geq$

$\geq \frac{15\cdot 2}{3}=10$ уголков. Пример на 10:

4б.

## №5

Предмет будет отражаться, отражения будут отражаться, пока не попадут в область между пунктирами (с тыльной стороны всех зеркал.



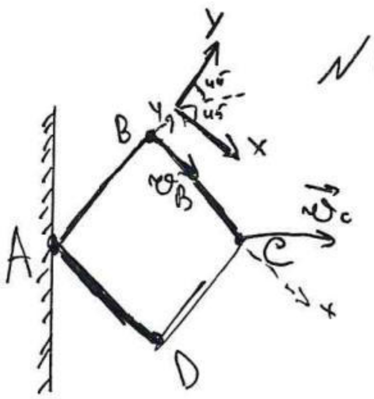

Будет 7 изображений

$(S_1, S_2, S_{12}, S_{121}, S_{1212}, S_{21}, S_{212}=S_{12121})$

$S_1(2;3)$, т.к. прот. $S(3;2)$ отн. З1.

$S_2(3;-2)$, т.к. прот $S(3;2)$ отн. З2.

## №6.




Введём коорд. оси X и Y.

B и C соединены твёрдым нераст. стержнем => их проекции на ось x

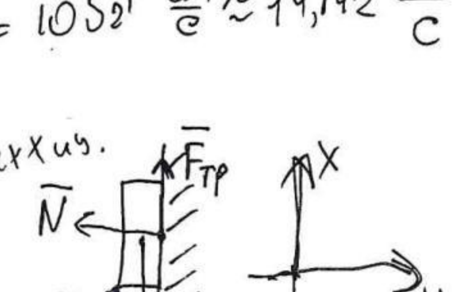
$v_{Cx} = v_{Bx} = v_C \cdot \cos 45 = \frac{\sqrt{2}}{2} v_C$

A и B соединены твёрдым стержнем => их проекции на ось y

$v_{Ay} = v_{By} = 0$ (т. А не движется). Тогда, $v_B$ направлена на т. С (в данный момент) и равна $\frac{\sqrt{2}}{2} v_C = 10\sqrt{2}\ \frac{см}{с} \approx 14{,}142\ \frac{см}{с}$

## №7.

Запишем условия равновесия на осях X и Y.




Ось X: $F_{тр} + F\cos\alpha - mg = 0$

$\mu N + F\cos\alpha = mg \quad (1)$

Ось Y: $F\sin\alpha - N = 0$

$F\sin\alpha = N \ |\cdot\mu$

$\mu N = \mu F\sin\alpha \quad (2)$

Вычтем из (1) (2)

$\mu N + F\cos\alpha - \mu N = mg - \mu F\sin\alpha$

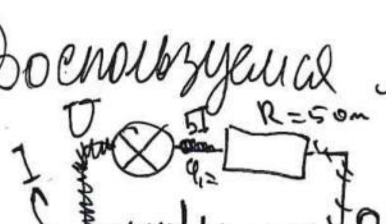
$F\cos\alpha + \mu F\sin\alpha = mg$

$F = \frac{mg}{\cos\alpha + \mu\sin\alpha} = \frac{2\cdot 10}{\frac{\sqrt{3}}{2} + 0{,}2\cdot 0{,}5} =$

$= \frac{2\cdot 10}{\frac{5\sqrt{3}+1}{10}} = \frac{200}{5\sqrt{3}+1}$ Н $\approx 20$ Н

## №8.

Воспользуемся методом электрических потенциалов.




Пусть у нас течёт ток I. Тогда потенциал $\varphi_1 = I\cdot R = 5I$

Тогда разность потенциалов на лампе $U_л = U_0 - 5I$

ток $= I$. $U_л = U_0 - 5I \Rightarrow I = \frac{20 - U_л}{5} = 4 - \frac{U_л}{5}$

На графике ВАХ построим эту прямую ($4 - \frac{U}{5}$). Она пересечёт ВАХ в одном месте. Это и будут наши значения U и I. Пересечение — это точка (см. след. стр.)

№8 (продолжение)

$I = 2A$; $U = 10$ В

$P = U \cdot I = 20$ Вт.