Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

шифр 23-10-04

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	11	12	10	10	15	10	10	12	90

Вариант 1

№1.

Пусть это числа $n, n+1, n+2, n+3$

Возможны случаи, всего их будет $C_4^2 = \frac{4!}{2!\,2!} = 6$

1) $n, n+1$ - 1-ая группа

$(n+2), (n+3)$ - 2-ая группа

$(n+2)(n+3) - n(n+1) = 2022$

$n^2+5n+6-n^2-n = 2022$

$4n = 2016$ $\quad n = 504$

2) $n, (n+2)$ - 1-ая

$(n+1)(n+3)$ - 2-ая

$(n+1)(n+3) - n(n+2) = 2022$

$n^2+4n+3-n^2-2n = 2022$

$2n = 2019$ $\quad \varnothing$

3) $n(n+3)$ - 1-ая

$(n+1)(n+2)$ - 2-ая

$(n+1)(n+2) - n(n+3) = 2022$

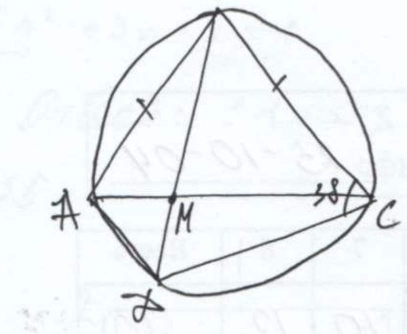
$n^2+3n+2-n^2-3n = 2022$

$\varnothing$

Получается, что числа 504, 505, 506, 507

11б

№2.



$\angle BDA = \angle BAC$ (опираются на равные дуги)

$\smile BAD = 60°$

$\angle AMD = \angle ACD + \angle BDC$ (внешний угол $\triangle DMC$) $=$

$= \angle ACD + \angle ACB = \angle DCB = 30°$

Тогда $\angle AMB = 180 - 30 = 150$

В $\triangle AMB$ применим теорему синусов

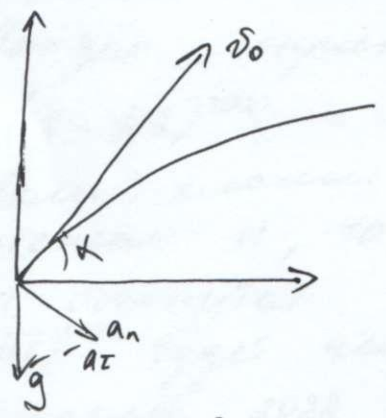
$\frac{AB}{\sin \angle AMB} = 2R \quad \frac{5}{\sin 150°} = 2R$

$\frac{5}{\frac{1}{2}} = 2R \; ; \; 2R = 10 \quad R = 5$

12б

№6.

Т.к. траектория симметрична, радиус кривизны в начальной и конечной точках одинаковый. Для удобства построения рассмотрим на начальной точке



Разберём g на 2 составляющие

$\vec{a_n} \perp \vec{v_0}$

$\vec{a_\tau} \parallel \vec{v_0}$

$a_n = g \cos \alpha$

$a_\tau = g \sin \alpha$

Нас интересует a_n

$a_n = \frac{v_0^2}{R} = g \cos \alpha \; ; \; R = \frac{v_0^2}{g \cos \alpha} = \frac{10^2}{10 \cdot \cos \frac{\pi}{3}} = \frac{100}{10 \cdot \frac{1}{2}} = 20$ м

10б

№8.

$\frac{\mathcal{E}+U}{r} = I_1 = \frac{U}{R_1} \qquad R_1 = 12$ Ом

$\frac{\mathcal{E}-U}{r} = I_2 = \frac{U}{R_2} \qquad R_2 = 20$ Ом

1) $\frac{\mathcal{E}+U}{r} = \frac{U}{12}$ | $\frac{\mathcal{E}+U}{U} = \frac{r}{12}$ | $\frac{\mathcal{E}}{U} + 1 = \frac{r}{12}$ | вычтем из первого второе

2) $\frac{\mathcal{E}-U}{r} = \frac{U}{20}$ | $\frac{\mathcal{E}-U}{U} = \frac{r}{20}$ | $\frac{\mathcal{E}}{U} - 1 = \frac{r}{20}$

$\frac{\mathcal{E}}{U} - \frac{\mathcal{E}}{U} + 1 - (-1) = \frac{r}{12} - \frac{r}{20}$

$2 = \frac{20r - 12r}{240} = \frac{8r}{240} \Rightarrow r = \frac{240 \cdot 2}{8} = 60$ Ом

12б не рассмотрен 2й вариант

Дано:
$t_1 = 100°C$
$t_2 = 95°C$
$\tau_1 = 120c$
$P = 1500$ Вт
$C = 4200 \frac{Дж}{кг \cdot К}$
$\rho = 1000 \frac{кг}{м^3}$
$V = 0{,}0015 м^3$
$\tau_2 - ?$

Найдём скорость передачи тепла от чайника окружающей среде

$$\Theta = \frac{c \cdot m \cdot (-t_1 + t_2)}{\tau_1} = - \frac{c \cdot \rho V (t_1 - t_2)}{\tau_1} =$$

$$= - \frac{4200 \cdot 1000 \cdot 0{,}0015 (100 - 95)}{120} = -262{,}5 \frac{Дж}{с} = -262{,}5 Вт$$

Для нагрева чайника необходимо затратить некоторое время, за которое чайник получает энергию со скоростью мощности чайника и теряет энергию со скоростью остывания

$P_{об} = P + \Theta = 1500 - 262{,}5 = 1237{,}5$ Вт

Имеем

$Q = cm (t_2 - t_1) = P_{об} \cdot \tau_2$

$$\tau_2 = \frac{c\rho V (t_2 - t_1)}{P_{об}} = \frac{4200 \cdot 1000 \cdot 0{,}0015 \cdot (100 - 95)}{1237{,}5} = 25{,}45 c$$ 10б

№3.

Пусть $p = 1$ тогда $\frac{n^3 - n + 1}{n^2 + n + 2} = n - 1 + \frac{-2n + 3}{n^2 + n + 2}$ -

$$\begin{array}{r|l} n^3 - n + 1 & n^2 + n + 2 \\ \underline{- \; n^3 + n^2 + 2n} & n - 1 \\ -n^2 - 3n + 1 & \\ \underline{- \; -n^2 - n - 2} & \\ -2n + 3 & \end{array}$$

~~нечёт~~

$-2n + 3$ - нечётное

$n^2 + n + 2$ - четное

поэтому дробь не может быть целым числом

Пусть $p = 2$ тогда $\frac{n^3 - 2n + 1}{n^2 + 2n + 2} = n - 2 + \frac{5}{n^2 + 2n + 2}$

$$\begin{array}{r|l} n^3 - 2n + 1 & n^2 + 2n + 2 \\ \underline{- \; n^3 + 2n^2 + 2n} & n - 2 \\ -2n^2 - 4n + 1 & \\ \underline{- \; -2n^2 - 4n - 4} & \\ 5 & \end{array}$$

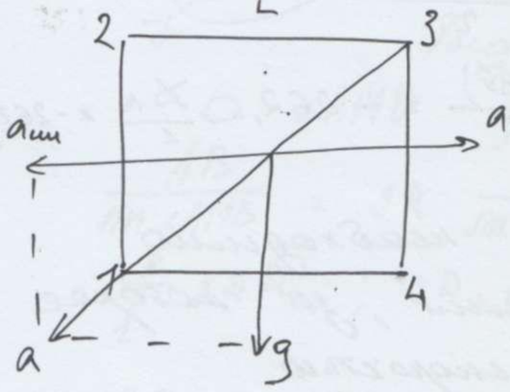
5 делится на $n^2 + 2n + 2$, если

$$\left[\begin{array}{l} n^2+2n+2=5 \\ n^2+2n+2=1 \end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l} n^2+2n-3=0 \\ n^2+2n+1=0 \end{array}\right. \qquad \begin{array}{l} n=1\ ;\ -3 \\ n=-1 \end{array}$$

Ответ: $\pm 1; -3$

10б

№5.



$a_{ин}$ – ускорение инерции

$a_{ин} = -a_г$

Максимальное давление будет у ребра 1, минимальное у ребра 3

$$P_{max} = P_{min} + \rho g L + \rho a L = 1000 + 1000 \cdot 10 \cdot 0{,}1 + 1000 \cdot 5 \cdot 0{,}1 =$$

$= 2500$ Па

15 б

№4.

Найдём сопряженное число от данного

$(8-\sqrt{65})^{2022}$.

Если сложить сумму и разность этих чисел в степени n, то все нечётные числа не сохранятся и останутся только чётные в степени n

$(\sqrt{65})^{2022}$ будет целым числом $\Rightarrow$ сумма чисел в степени 2022 будет целым числом

то есть $n = (8+\sqrt{65})^{2022} + (8-\sqrt{65})^{2022}$ целое число

$(8-\sqrt{65})^{2022} = (8+\sqrt{65})^{-2022} < 16^{-2022} = 2^{-8088}$

$|8-\sqrt{65}| < 0{,}01 \qquad -8+\sqrt{65} < 0{,}01 \qquad \sqrt{65} < 8{,}01$

Это число будет содержать больше чем ~~…~~ 2426 девяток после запятой

10б