Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

шифр 23-10-05

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	11б	12б	3б	8б	15	10	10	15	84

Вариант 1

№1 Если данные нам числа последовательны и натуральны, тогда их можно записать как $x; (x+1); (x+2); (x+3)$, при условии, что $x \in Z$ N (при делении на 2 группы наши числа не могут поделиться как $x(x+3)$ и $(x+1)(x+2)$ так как тогда все x сократятся)

$\Rightarrow$ у нас остается 2 расклада чисел 1) $x(x+2)$ и $(x+1)(x+3)$ 2) $x(x+1)$ и $(x+2)(x+3)$

1) $x(x+2)$ и $(x+1)(x+3)$ так как произведение складывается из последовательных чисел, тогда произведение складываемо из меньших чисел - будет меньше (разница от x)

$\Rightarrow x(x+2)+2022=(x+1)(x+3)$ $x^2+2x+2022=x^2+4x+3$

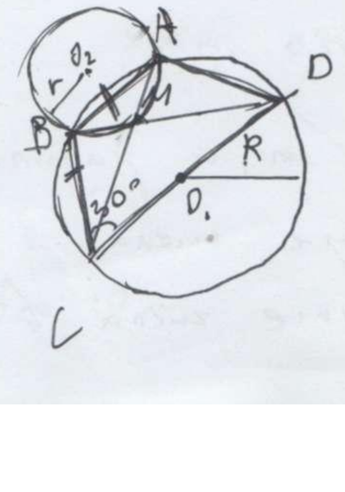
$2019=2x \Rightarrow x$ - не целое число, что не удовлетворяет условие.

2) Аналогично 1

$x(x+1)+2022=(x+2)(x+3)$ $2016=4x$ $x=504$ из чего следует что наша последовательность чисел - 504; 505; 506; 507 Ответ: 504; 505; 506; 507

11б

№2



Дано: ABCD - четырехугольник

$AB=BC=5$ $\angle BCD=30^\circ$

$r=?$

$\angle BAC = \angle BDC$ - как углы лежащие на одной дуге ($\overset{\frown}{BC}$)

$\angle BAC = \angle BCA$ - как углы при основании $\triangle CBA$ - равнобед!

$\angle BCD = 30^\circ \Rightarrow \angle ACD = 30 - \angle BCA = 30 - x$

$\angle DMC = 180 - ((30 - x) + x) = 180 - 30 = 150$

по формуле $2R = \frac{a}{\sin a}$ Мы можем определить, что $r = \frac{AB}{2\sin M} =$

$= \frac{AB}{2\sin 150} = \frac{5}{2\sin 30} = \frac{5}{2\cdot\frac{1}{2}} = 5$

Ответ: 5

12б

№3

$\frac{n^3 - pn + 1}{n^2 + pn + 2} = x$ Дано $x \in Z$; p - простое число $n \in Z$.

Доказать что $\frac{n^3 - pn + 1}{n^2 + pn + 2} \in Z$

число x будет целым при условии, что $n^3 - pn + 1$ нацело делится на $n^2 + pn + 2$, тогда потребует рассмотреть случай, когда $n^2 + pn + 2 = 1$; n - целое $\Rightarrow$ может равняться $(-1; 1)$

$n^2 + pn = -1$ $n(n+p) = -1$

$1(1+p) = -1$

$1 + p = -1$ $p = -2$ - не удовлетворяет условие

$-1(-1+p) = -1$

$-1 + p = 1$ $p = 2 \Rightarrow$ ответом будет равняться $n = -1$; $p = 2$ так как это совпадает условию

Ответ: $n = -1$; $p = 2$

3б

№4 $(8 + \sqrt{65})^{2022}$ доказать, что содержит минимум число девяток, после запятой подряд.

Найдем сопряженное число, от данного нам $(+8 - \sqrt{65})^{2022}$

Если сложить сумму чисел в степени n, и разность чисел в степени n, то все нечетные числа сократятся, тогда останутся только четные числа в степени n

$\sqrt{65}^{2022}$ - будет целым числом ⇒ сумма ~~…~~ чисел в степени 2022 - будет целым числом

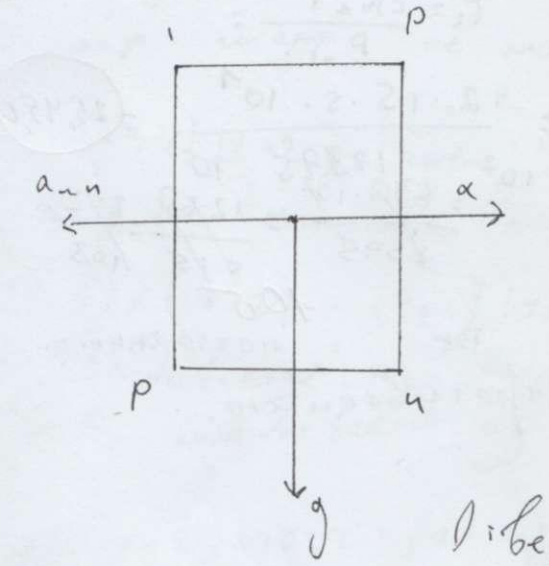
$(8-\sqrt{65})^{2022}$ ~~…~~ сравним с 10^{-4044}, тогда

$|8-\sqrt{65}|^{2022} < 10^{-4044}$. $10^{-4044} = 0,\underbrace{0 \ldots 1}$, если отнять от целого числа, то получится 4044 минимум 4044 девяток после запятой подряд.

$|8-\sqrt{65}| < 0,01$ $\quad -8+\sqrt{65} < 0,01$ $\quad \sqrt{65} < 8,01 \Rightarrow$ число будет содержать минимум 4044 девяток после запятой подряд. ⇒ больше чем 2426 девяток после запятой подряд. ~~…~~ Ч. Т. Д

8б.

№5



$$P_{max} = P_{min} + \rho La + \rho lg$$

$$P_{max} = P_{min} + \rho l(a+g)$$

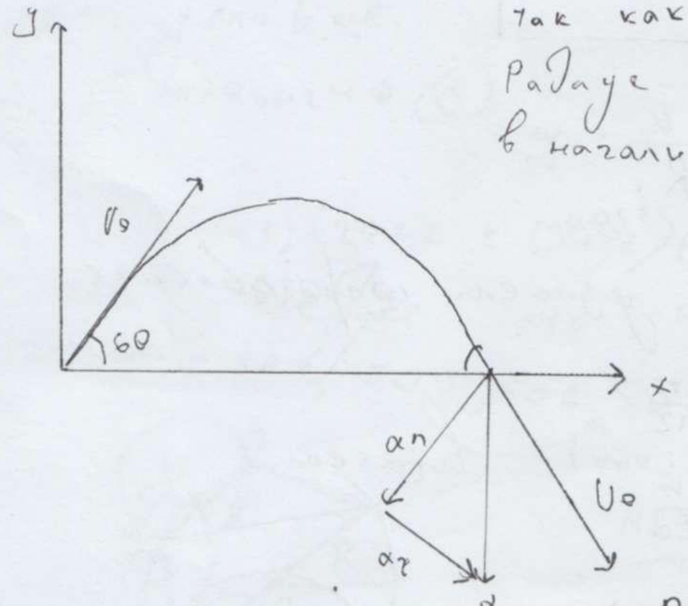
$$P_{max} = 1000 + 1000 \cdot 0,1(5+10) =$$

$$= 1000 + 100 \cdot 15 = 2500 \text{ Па}$$

Ответ: 2500 Па

15б

№6



Так как график симметричен, тогда радиус кривизны R одинаковый и в начальной, и в конечной точках

$$a_n = g\cos\alpha$$

$$a_\tau = g\sin\alpha$$

$$a_n = \frac{V_0^2}{R} = g\cos\alpha$$

$$R = \frac{V_0^2}{g\cos\alpha} = \frac{10^2}{10\cos 60} = \frac{10}{\frac{1}{2}} = 20 \text{ м}$$

Ответ: 20 м

10б

№7

Дано:

$V = 0{,}0015$ м³

$c = 4200 \frac{Дж}{кг\cdot°C}$

$P = 1500$ Вт

$\rho = 1000 \frac{кг}{м^3}$

$\tau_1 = 120$ с

$\tau_2 = ?$

Найдем количество температуры, которое теряет чайник в окружающей среде, за определенное время

$$\frac{Q}{\tau_1} = \frac{c\cdot m\cdot \Delta t}{\tau_1} = \frac{c\cdot\rho\cdot V\cdot(t_2-t_1)}{\tau_1} = \frac{4200\cdot1000\cdot0{,}0015\cdot-5}{120} =$$

$$= \frac{42\cdot10^5\cdot15\cdot10^{-4}\cdot-5}{120} = \frac{42\cdot15\cdot-5\cdot10^1}{12\cdot10^1} =$$

$$= \frac{42\cdot15\cdot-5}{12} = \frac{42\cdot5\cdot-5}{4} = \frac{21\cdot5\cdot-5}{2} =$$

$$= \frac{21\cdot-25}{2} = \frac{-525}{2} = -262{,}5$$

Найдем время за которое чайник теряет тепло в окружающей его среде, и набирает тепла до 100°

$$P_{об} = P + \frac{Q}{\tau_1} = 1500 + (-262{,}5) = 1237{,}5 \qquad \tau_2 = \frac{cm\Delta t}{P_{об}} =$$

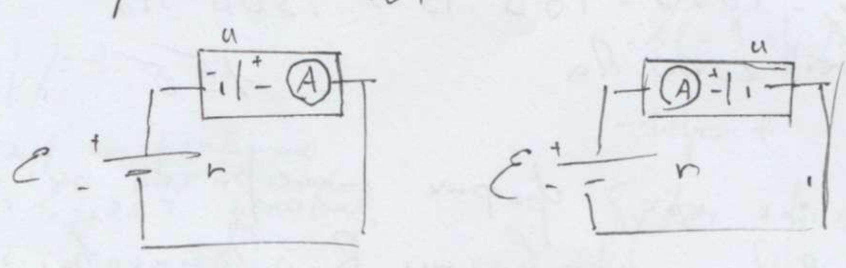
$$= \frac{c\rho V\cdot(t_1-t_2)}{P_{об}} = \frac{4200\cdot1000\cdot0{,}0015\cdot5}{1237{,}5} = \frac{42\cdot15\cdot5\cdot10^1}{12375\cdot10^{-1}} = 25{,}45\,с$$

$$\cancel{\frac{42\cdot15}{2575}} = \cancel{\frac{42\cdot3}{515}} = \frac{42\cdot15\cdot5\cdot10^2}{12375} = \frac{42\cdot15\cdot10^2}{2475} = \frac{630\cdot10^2}{2475} = \frac{1260}{5\cdot15} = \frac{252}{10\cdot3}$$

10б

№8 Омметр - прибор, который измеряет ток с постоянным напряжением, и проградуирован по сопротивлению.

Сделаем чертеж схемы



$$\frac{\mathcal{E}+u}{r} = \frac{U}{R_{=12\,Ом}} = I_1 \qquad \frac{\mathcal{E}-u}{r} = \frac{U}{R_{=20\,Ом}} = I_2$$

Составим систему, через которое узнаем сопротивление.

$$\frac{\mathcal{E}+u}{r} = \frac{u}{12} \quad \Big| \quad \frac{\mathcal{E}+u}{u} = \frac{r}{12} \quad \Big| \quad \frac{\mathcal{E}}{u}+1 = \frac{r}{12}$$

$$\frac{\mathcal{E}-u}{r} = \frac{u}{20} \quad \Big| \quad \frac{\mathcal{E}-u}{u} = \frac{r}{20} \quad \Big| \quad \frac{\mathcal{E}}{u}-1 = \frac{r}{20}$$

- вычтем

$$2 = \frac{\mathcal{E}}{u} - \frac{\mathcal{E}}{u} = \frac{r}{12} - \frac{r}{20} \qquad 2 = \frac{20r-12r}{240} \Rightarrow 2 = \frac{8r}{240} \Rightarrow 60\ Ом$$

при $u > \mathcal{E}$ $r = 15$ Ом

15б