



Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

шифр 75-08-26

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	4	12	12	4	-	0	2	-	

14  
Вариант 2

N2

Заметим, что  $\triangle ABC \sim \triangle AB'C'$  по 3 сторонам.

$$\left( \frac{AB}{AB'} = \frac{AC}{AC'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{1}{7} \right)$$

значит  $\angle BAC = \angle B'AC'$

$$\angle BAB' = \angle BAC + \angle B'AC = \angle B'AC' + \angle B'AC = \angle CAC'$$

$$BA = CA$$

$$AB' = AC'$$



то есть  $\triangle BAB' = \triangle CAC'$  (по 2 признаку).

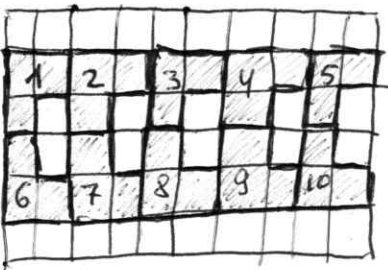
Значит их стороны  $BB'$  и  $CC'$  равны.

N4



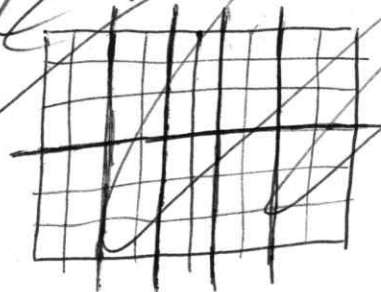
Ответ: 10

Пример:



Оценка:

Разобьем доску на 10 прямоугольников  $2 \times 3$



~~каждый~~

в каждом таком прямоуголь-

нике  $\rightarrow$  3 клетки должны быть заняты улиткой, иначе можно поставить новую улитку.



### N3 (Предположение)

Потому что ~~мы~~ допустим, что занято  $\leq 2$  клеток.  
 Если они находятся в  $\in 1$  строке то это либо крайняя  
 строка (тогда в ост. 2 строки помещается уголок), либо строка  
 посередине, (~~но~~ если в ней  $\in 1$  клетка, то можно поставить уго-  
 лок. если в ней 2 клетки, то значит 3-я клетка

### ~~N3~~ N4 (Предположение)

Оценка:  
 разобьем всю доску на 15 квадратов  $2 \times 2$ . Заметим, что  
 если в квадрате занято уголками  $\in 1$  клетки, то можно  
 поставить новый уголок. Значит в каждом квадрате занято  
 $\geq 2$  клетки, всего занято  $\geq 30$  клеток. Допустим уголков  
 $\leq 9$ . Тогда каждый занимает ровно 3 клетки и всего занято  
 $\leq 27$  клеток. Противоречие.

### ~~N3~~ N3

Заметим, что  $a^2 + 16a + 64 = (a+8)^2$

Сумма цифр числа  $(a+8)^2$  равна ~~2022~~ 2022,

Число сравнимо со своей суммой цифр по модулю 9,  
 значит  $(a+8)^2 \equiv_9 2022 \equiv_9 6$ , то есть даёт остаток 6.

Посмотрим какие остатки могут давать квадраты по модулю 9:

ост. x	ост. x <sup>2</sup>
0	0
1	1
2	4
3	0
4	7
5	7
6	0
7	4
8	1

Квадраты натуральных чисел не  
 дают остаток 6 по модулю 9. Противоречие.

Ответ: Петя ошибся.





Многопрофильная  
инженерная олимпиада  
«Звезда»

шифр 73-08-26

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 2

N 1

Ответ: 1020099, 1022120  $\oplus$

Пусть даны числа  $x, x+1, x+2, x+3$ . Они могут быть разбиты на группы тремя способами:

1) 1 группа:  $x, x+1$ , 2 группа:  $(x+2), x+3$ .

Произведения в группах равны  $x(x+1) = x^2 + x$  и  $(x+2)(x+3) = x^2 + 5x + 6$ .  $x^2 + 5x + 6 > x^2 + x$

$$x^2 + 5x + 6 - (x^2 + x) = 2021$$

$$4x + 6 = 2021$$

$4x = 2015$ ,  $2015 \div 4$ , значит  $x$  нецелое, по условию числа натуральные. Противоречие.

2) 1 группа:  $x, x+2$ , 2 группа:  $x+1, x+3$

Произведения в группах равны  $x(x+2) = x^2 + 2x$  и  $(x+1)(x+3) = x^2 + 4x + 3$ .  $x^2 + 4x + 3 > x^2 + 2x$

$$x^2 + 4x + 3 - (x^2 + 2x) = 2021$$

$$2x + 3 = 2021$$

$$2x = 2018, x = 1009$$

$$x(x+2) = 1009 \cdot 1011 = 1020099$$

$$\cancel{x(x+1)(x+3)} = x(x+2) + 2021 = 1022120, \text{ ? а где?}$$

3) 1 группа:  $x, x+3$ , 2 группа:  $x+1, x+2$

Произведения в группах равны  $x(x+3) = x^2 + 3x$  и  $(x+1)(x+2) = x^2 + 3x + 2$ .  $x^2 + 3x + 2 > x^2 + 3x$

$$x^2 + 3x + 2 - (x^2 + 3x) = 2. \text{ Противоречие.}$$



№6

Ответ: средняя скорость в момент времени  $t_0$  - 5 км/ч.  
Такая же скорость была при  $t_1 = 28$  с.

В период с 10 с до ~~20~~<sup>17</sup> с тело переместилось на 70 м, значит ~~средняя скорость на этом~~

средняя скорость при  $10 < t < 17$  была  $\frac{70 \text{ м}}{17-10 \text{ с}} = 10 \text{ м/с}$

В период с 17 с до 28 с тело переместилось на 0 м, средняя скорость была 0 м/с

и в период ~~с 28 с до 30 с~~ с 28 с до 30 с тело переместилось на ~~100~~<sup>30</sup> - 70 м = ~~30~~<sup>20</sup> м, то есть средняя скорость была 10 м/с

Значит в момент времени  $t_0 = 17$  с средняя скорость была  $\frac{10-0}{2} \text{ м/с} = 5 \text{ м/с}$ . Аналогично с моментом времени  $t_1 = 28$  с. В остальные моменты времени средняя скорость была 0 м/с или 10 м/с

№7

Ответ: указательная температура калориметров  $42^\circ\text{C}$

$t_k$  - указательная температура калориметров

$V$  - объём калориметров

Пусть  $Q_1$  - кол-во теплоты которое ~~перешло~~ перешло масло в первом калориметре, а  $x$  - температура в 1 м к-метре после установления теплового равновесия

$$Q_1 = m_m \cdot c_m (x - t_m) \quad t_m, t_b - \text{указательные температуры}$$

по условию  $|x - t_m| = |t_k - x|$  масла, воды.

увеличилась, то у калориметра уменьшилась и наоборот, значит

$$x - t_m = t_k - x$$

Тогда 1й кал-метр получил кол-во теплоты  $-Q_1 = m_k \cdot c_k (\frac{x-t_k}{2})$

$$\approx m_m \cdot c_m (x - t_m) = m_k \cdot c_k (t_k - x) = m_k \cdot c_k (x - t_m)$$

$$\text{Значит } m_m \cdot c_m = m_k \cdot c_k$$

~~Заметим, что после установления~~

Пусть  $y$  - температура во 2м кал-метре после установления теплового равновесия.  $|t_m - y| = |t_b - y| \quad |40^\circ\text{C} - y| = |60^\circ\text{C} - y|$

$$\text{значит } 40^\circ\text{C} - y = y - 60^\circ\text{C} \quad y - 40^\circ\text{C} = 60^\circ\text{C} - y \quad 2y = 100^\circ\text{C}$$



Многопрофильная  
инженерная олимпиада  
«Звезда»

шифр 73-02-26

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 2

N7 (продолжение)

во 2м калориметре.

$$y = 50^{\circ}\text{C}$$

Пусть  $Q_M$  - кол-во теплоты, которое получил масло.

$$Q_M = m_M \cdot c_M \cdot (50^{\circ}\text{C} - 40^{\circ}\text{C}) = \frac{V}{\rho_M} \cdot 2100 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot^{\circ}\text{C}} \cdot (10^{\circ}\text{C}) =$$

$$= \frac{V}{900} \text{ кг} \cdot 2100 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot^{\circ}\text{C}} \cdot (10^{\circ}\text{C}) = + \frac{210V}{9} \text{ Дж} = + \frac{70V}{3} \text{ Дж}$$

$Q_B$  - кол-во теплоты, которое получила вода.

~~$$Q_M = m_M \cdot c_M \cdot (50^{\circ}\text{C} - 60^{\circ}\text{C}) = \frac{V}{\rho_B} \cdot 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot^{\circ}\text{C}} \cdot (-10^{\circ}\text{C}) =$$~~

$$= \frac{V}{1000} \text{ кг} \cdot 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot^{\circ}\text{C}} \cdot (-10^{\circ}\text{C}) = -42V \text{ Дж}$$

$Q_K$  - кол-во теплоты, которое получил калориметр.

~~$$|Q_K| = |Q_B + Q_M| \quad Q_K = -(Q_B + Q_M)$$~~

$$Q_K = - \left( \frac{70V}{3} \text{ Дж} + 42V \text{ Дж} \right) = - \left( \frac{70V}{3} \text{ Дж} + \frac{126V}{3} \text{ Дж} \right) = - \frac{196V}{3} \text{ Дж}$$

$$Q_K = m_K \cdot c_K \cdot (50^{\circ}\text{C} - t_K) = m_K \cdot c_K \cdot (50^{\circ}\text{C} - t_K) =$$

$$= \frac{V}{900} \text{ кг} \cdot 2100 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot^{\circ}\text{C}} \cdot (50^{\circ}\text{C} - t_K) = \frac{7V}{3} \cdot (50^{\circ}\text{C} - t_K) \text{ Дж}$$

~~$$\frac{196V}{3} \text{ Дж} = \frac{7V}{3} (50^{\circ}\text{C} - t_K) \text{ Дж}$$~~

$$\frac{196}{7} = 50 - t_K$$

$$28 = 50 - t_K$$

$$t_K = 22^{\circ}\text{C}$$

