

Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 33-08-02

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	12	12	0	14	0	5	0	10	51

Вариант 1

Пусть первое число - x , тогда остальные - $x+1, x+2, x+3$;

По условию произведение двух чисел из этого множества
на 2022 меньше другого;

Рассмотрим 3 варианта.

$$1) x \cdot (x+1) = (x+2)(x+3) - 2022,$$

$$x^2 + x = x^2 + 3x + 2x + 6 - 2022,$$

$$-4x = -2016,$$

$$x = 504,$$

Тогда $x+1, x+2, x+3$ равны 505, 506, 507 соответственно.

$$2) x \cdot (x+2) = (x+1)(x+3) - 2022,$$

$$x^2 + 2x = x^2 + x + 3x + 3 - 2022,$$

$$-2x = -2019,$$

$$x = 1009,5, \text{ но это - не натуральное (} 1009 \notin \mathbb{N} \text{)}$$

Значит этот вариант не подходит.

$$3) x \cdot (x+3) = (x+1)(x+2) - 2022$$

$$x^2 + 3x = x^2 + x + 2x + 2 - 2022,$$

$$0 = -2020 - \text{ неверное равенство}$$

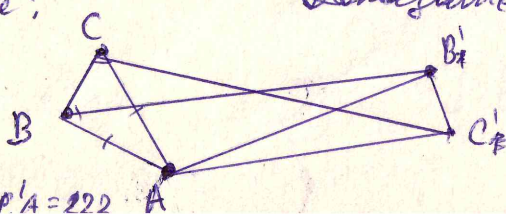
Ответ: эти числа: 504, 505, 506, 507.

Задача 2

Дано:

$\triangle ABC$,
 $\triangle A'B'C'$,
 $AB = AC = 37$,
 $BC = 20$, $A'B' = A'A = 22$

Доказать:



(+) 125.

Вариант - 1

Чистовик

33-08-02

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
 Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
 «Ковровская государственная технологическая академия имени В.А. Дегтярева»
ПРИЕМНАЯ КОМИССИЯ 1
 Маяковского ул., д. 19, г. Ковров
 Владимирская область, Россия, 601910

Задача №1.

(+) 125

Решение:

Пусть первое число - x , тогда остальные - $x+1, x+2, x+3$;

По условию произведем двух чисел из этого множества на 2022 меньше другого;

Рассмотрим 3 варианта.

$$1) x \cdot (x+1) = (x+2)(x+3) - 2022,$$

$$x^2 + x = x^2 + 3x + 2x + 6 - 2022,$$

$$-4x = -2016,$$

$$x = 504,$$

Тогда $x+1, x+2, x+3$ равны 505, 506, 507 соответственно.

$$2) x \cdot (x+2) = (x+1)(x+3) - 2022,$$

$$x^2 + 2x = x^2 + x + 3x + 3 - 2022,$$

$$-2x = -2019,$$

$$x = 1009,5, \text{ но это - не целое число (1009 € M)}$$

Значит этот вариант не подходит.

$$3) x \cdot (x+3) = (x+1)(x+2) - 2022$$

$$x^2 + 3x = x^2 + x + 2x + 2 - 2022,$$

$$0 = -2020 - \text{ неверное равенство}$$

Ответ: эти числа: 504, 505, 506, 507.

Задача №2

(+) 125

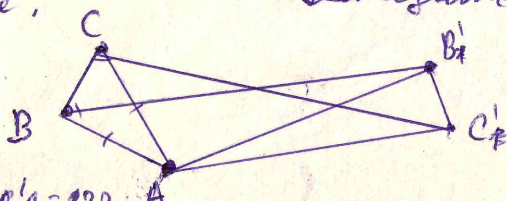
Решение:

Дополнительно:

Дано!

$\triangle ABC$
 $\triangle A'B'C'$

$AB = AC = 37$,
 $BC = 20$ и т.д.



$$B'C' = 120$$

$\triangle ABE$ и $\triangle A'B'C'$ - ромбы

Докажем

$$BB' = CC'$$

1) $\triangle BAB_1$ и $\triangle ACC_1$

$$BA = CA, AC' = AB' \text{ (по условию)}$$

2) $\triangle ABE$ и $\triangle A'C'B'$

$$\triangle ABE \sim \triangle A'C'B' \left(\frac{BE}{EC} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BA}{B'A} = \frac{1}{6} \right)$$

т.е. по 3 пропорциональным сторонам.

$\Rightarrow \angle BAC = \angle B'AC'$, значит $\triangle BAB_1 = \triangle ACC_1$ (по 2 сторонам и углу между ними ($\angle BAC = \angle B'AC'$, $\angle CAB_1 = \angle CA'B_1$ - общий)).

3) Значит $BB' = CC'$ (в равных треугольниках против равных углов лежат равные стороны).

Задача №3

Решение:

$$a^2 - 14a + 49 = (a - 7)^2$$

⊖ Ⓜ

Задача №4

Решение:

~~Задача №4 6x8 на квадраты 2x2, получится соответственно 12 квадратов, значит можно положить плитки 12 штук~~

Задача №5

Решение:

1) По графику видно, что $t_{\text{окр}} = 21^\circ\text{C}$;

⊖ Ⓜ

Задача 6

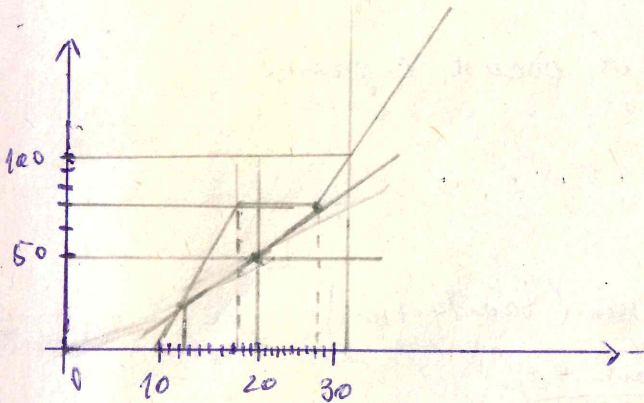
(+) 55

Данные:

1) $v_{cp} = \frac{S_0}{t_0}$, $S_0 = 70 \text{ м}$, $t_0 = 28 \text{ с}$ (по графику)
 $\Rightarrow v_{cp} = \frac{70}{28} = 2,5 \text{ м/с}$

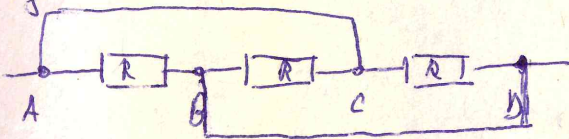


2) Проведем линию функции $y = 2,5x$, где y - S м.е.
 пусть, x - t м.е. время, тогда линия пересечет график
 в точке (31; 12,4) м.е. В начеи времени t , v_{cp} - средняя
 мера будет равна 2,5 м/с.



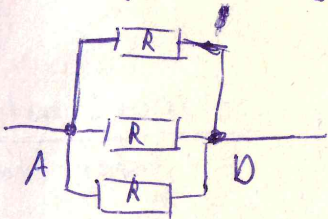
Задача 8.

(+) 105.



, сопротивление каждой цепи - $3R$ ($R_0 = R_1 + R_2 + R_3 = 3R$) $\nabla 15$

1) Данную схему можно переписать т.е. заменить эквивалентной:



, тогда эквивалентное сопротивление такой
 схемы - $\frac{1}{R_0} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{3}{R}$, $R_0 = \frac{R}{3}$, но $\nabla 45$

По условию: разность сопротивлений составляет - 10 Ом ;

Составим уравнение:

$3R - \frac{R}{3} = 10,$

$\nabla 25$

$8R = 30,$

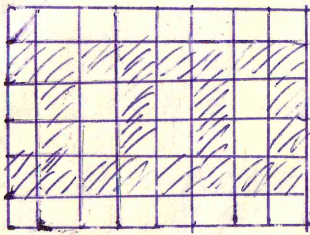
$R = 3,75 \text{ Ом}$

$\nabla 25$

Ответ: $R = 3,75 \text{ Ом}$.

Задача № 4
 ↓
 Решение:

(+) 145



Ответ: минимум - 8.

- 1) Отметки по линии сверху и снизу (мож, чтобы пельде было уменьить 2x2)
- 2) Оставшиеся часть разделим на квадраты 2x2
 => углов будет 8 т.к. каждый угол можно вычитать в квадраты 2x2.

Задача № 7
 ↓
 Решение:

(-) Об.

Составим тепловой баланс для обеих ступеней:

$$1) Q_{\text{в}}^{\text{м}} = Q_{\text{к}},$$

$$c_{\text{м}} m_{\text{м}} \Delta t_1 = c_{\text{к}} m_{\text{к}} \Delta t_2,$$

$$4200 \cdot V \cdot \frac{900}{2100} \cdot (t_{\text{кон}1} - 40) = c_{\text{к}} m_{\text{к}} (t_{\text{кон}1} - t_{\text{кон}2}) \cdot V \cdot \rho_{\text{к}},$$

$$c_{\text{к}} \rho_{\text{к}} = \frac{4200 \cdot 1000 \cdot (t_{\text{кон}1} - 40)}{(t_{\text{кон}1} - t_{\text{кон}2})}$$

$$2) Q_{\text{б}} = Q_{\text{м}} + Q_{\text{к}},$$

$$c_{\text{в}} m_{\text{в}} \Delta t_3 = c_{\text{м}} m_{\text{м}} \Delta t_1 + c_{\text{к}} m_{\text{к}} \Delta t_2,$$

$$4200 \cdot \frac{2}{10} \cdot V \cdot 1000 \cdot (t_{\text{кон}2} - 60) = 2100 \cdot \frac{1}{10} \cdot V \cdot 900 \cdot (t_{\text{кон}1} - 40) + c_{\text{к}} \rho_{\text{к}} \cdot V \cdot (t_{\text{кон}1} - t_{\text{кон}2}),$$

$$3780000 (t_{\text{кон}2} - 60) = 189000 (t_{\text{кон}1} - 40) + \frac{189000 (t_{\text{кон}1} - 40)}{t_{\text{кон}1} - t_{\text{кон}2}} \cdot (t_{\text{кон}1} - t_{\text{кон}2});$$

$$20 (t_{\text{кон}2} - 60) = t_{\text{кон}1} - 40 + \frac{t_{\text{кон}1} - 40}{t_{\text{кон}1} - t_{\text{кон}2}} \cdot (t_{\text{кон}1} - t_{\text{кон}2}).$$

$$\text{По } t_{\text{кон}1} = t_{\text{кон}2}$$

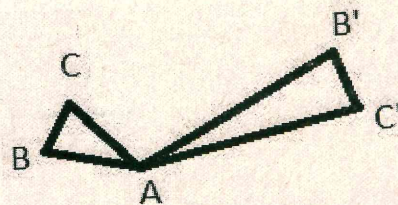
$$\Rightarrow 20 t_{\text{кон}} - 1200 = t_{\text{кон}} - 40 + t_{\text{кон}} - 40,$$

$$18 t_{\text{кон}} = 1120, \quad t_{\text{кон}} \approx 62, \quad \text{тогда } t_{\text{кон}2} =$$



1. (12 баллов) Четыре последовательных натуральных числа разбиты на две группы по два числа. Известно, что произведение чисел одной группы на 2022 больше, чем произведение чисел другой группы. Найдите эти числа.

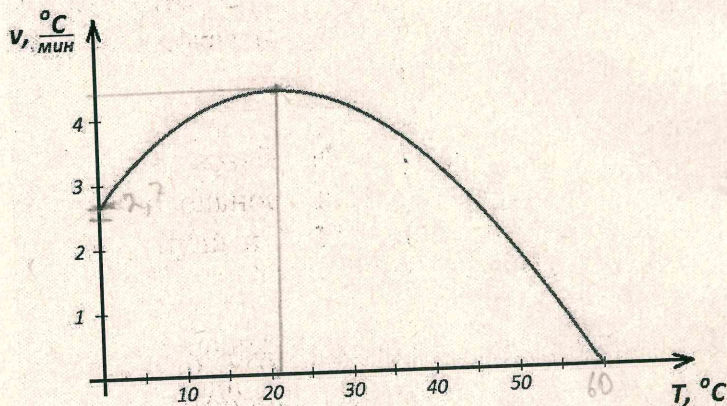
2. (12 баллов) Треугольники ABC и $AB'C'$ – равнобедренные, $AB=AC=37$, $BC=20$, $AB'=AC'=222$, $B'C'=120$. Треугольники располагаются так, как показано на рисунке. Докажите, что $BB' = C'C$.



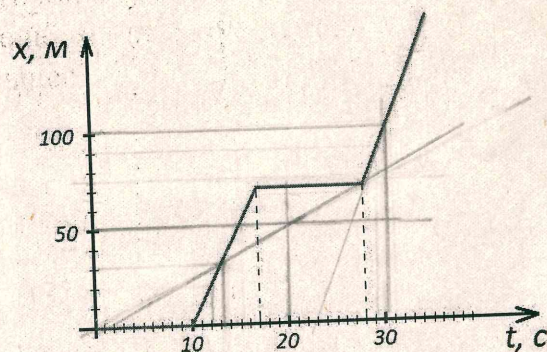
3. (12 баллов) Петя взял натуральное число a , возвёл его в квадрат, прибавил 49, отнял от суммы $14a$. У него получилось удивительное число, в десятичной записи которого оказались в каком-то порядке только нули и 2022 единицы. Не ошибся ли Петя в расчётах? Свой ответ обоснуйте.

4. (14 баллов) Какое наименьшее количество уголков из трёх клеток можно поместить в клетчатый прямоугольник 6×8 (стороны уголка должны лежать на линиях сетки), чтобы нельзя было поместить еще один уголок? Докажите, что найденное Вами количество действительно наименьшее.

5. (10 баллов) В стакан с водой опустили нагреватель постоянной мощности, включили его и начали следить за процессом нагрева. Зависимость скорости нагрева воды v от температуры T представлена на графике. Определите температуру окружающей среды. На сколько процентов необходимо увеличить мощность нагревателя, чтобы довести воду до кипения?



6. (15 баллов) На графике представлена зависимость координаты прямолинейно движущегося тела от времени. Определите среднюю скорость тела в момент времени $t_0=28$ с. В какие моменты времени средняя скорость была такой же?



7. (15 баллов) Имеются два одинаковых калориметра, которые находятся при одинаковых условиях, и два бака – один с маслом при температуре $t_1=40$ °C, а другой с водой при температуре $t_2=60$ °C градусов. Первый калориметр доверху заполнили маслом. После установления теплового равновесия изменение температуры калориметра и масла по модулю оказалось одинаковым. Второй калориметр заполнили

на 9/10 водой, а остальное залили маслом. После установления теплового равновесия изменение температуры масла и воды, по модулю оказалось одинаковым. Какова была температура калориметров до их заполнения? Плотность воды $\rho_{\text{в}}=1000 \text{ кг/м}^3$, — масла $\rho_{\text{м}}=900 \text{ кг/м}^3$, теплоёмкость воды $c_{\text{в}}=4200 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}$, масла — $c_{\text{м}}=2100 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}$.

8. (10 баллов) Представленная на рисунке схема составлена из одинаковых резисторов. Если точку A соединить перемычкой с точкой C , а точку B — с точкой D , то сопротивление схемы, измеряемое между точками A и D , изменится на 10 Ом. Определите сопротивление одного резистора. Для соединения точек использовались перемычки с нулевым сопротивлением.

