Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

шифр ЕИ-55-921

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	11	12	10	14	5	5	5	8	70

Вариант 1

Задача №1

Решение:

1) Сперва стоит заметить если в списке есть хотя бы одно чётное число, то всё произведение будет чётным, чего нам не нужно => вычёркиваем 1011 чисел

2) Если есть хоть одно кратное 5, то и произведение в полученном списке будет заканчиваться 5 => => нужно вычеркнуть и нечётные кратные пяти, а их в списке 202 штуки => 1213 чисел нужно вычеркнуть Значит 809 осталось. 202 т.к. от 0 до 100 - 10 таких чисел, получаем от 0 до 2000 их равно $10 \cdot 20 = 200$ и плюс 2005 и 2015 получаем 202

3) Найдём последовательность последних цифр произведений оставшихся чисел, в произведении напишем последние цифры $1 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 21 \cdot 23 \cdot 27 \cdot 29 \cdot 31$ и т.д =>

=> через каждые 9 чисел этого произведения повторяется последовательность произведений => делим $809 : 9 = 89$ и ост 7, а т.к. при умножении на 7 число последовательности последняя цифра равна 1 => больше ничего не надо вычёркивать.

11б

Ответ: 1213 чисел

Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

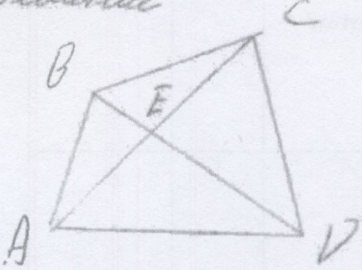
шифр

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

Задача №2

Решение



1) Пусть $\angle BEC = \alpha \Rightarrow \angle CED = 180 - \alpha$, тогда $\angle AED = \alpha$ и $\angle BEA = 180 - \alpha$

2) Рассм и найдем площади всех Δ-ов таких как $S_\Delta AEB$, $S_\Delta BEC$, $S_\Delta CED$, $S_\Delta AED$ и введем

$AE = a$, $BE = b$, $CE = c$, $DE = d$.

$S_\Delta AEB = \frac{1}{2} a b \sin\alpha$ $\quad S_\Delta BEC = \frac{1}{2} b \cdot c \sin\alpha$

$S_\Delta DEC = \frac{1}{2} d \cdot c \sin\alpha$ $\quad S_\Delta AED = \frac{1}{2} a \cdot d \sin\alpha = 6 см^2$

но также есть известные площади треугольников

$S_\Delta ABD = (\frac{1}{2} a b \sin\alpha) + (\frac{1}{2} a \cdot d \sin\alpha) = \frac{1}{2} a \sin\alpha (b+d) = 10 см^2$

$S_\Delta ACD = (\frac{1}{2} d \cdot a \sin\alpha) + (\frac{1}{2} d \cdot c \sin\alpha) = \frac{1}{2} d \sin\alpha (a+c) = 9 см^2$

при этом $b + d = d_1$ $ABCD$ $a + c = d_2$ $ABCD$ а $S_{ABCD} = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin\alpha \Rightarrow$

$\Rightarrow S_\Delta ABD \cdot S_\Delta ACD : S_\Delta AED = \frac{1}{2} a \sin\alpha (b+d) \cdot \frac{1}{2} d \sin\alpha (a+c) : \frac{1}{2} ad \sin\alpha \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{1}{2}(b+d)(a+c) \sin\alpha$, это S площади ABCD $\Rightarrow (9 \cdot 10) : 6 = 15 см^2$

Ответ: $15 см^2$

12б

Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

шифр______

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

Задача № 3

x^2+px+q - нужно подобрать такие p и q чтобы при каждом новом n в $x^2+(p+n)x+q+n$ - давал целые корни $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ это возможно в случаях.

1) если в первом трёхчлене будет единственный корень - -1

$x^2+2x+1=0 \Rightarrow x=-1$

Проверка любого числа:

$x^2+(2+563)x+1+563$ или $x^2+(2+899)x+1+899=0$

$x^2+565x+564=0$ $\quad$ $x^2+901x+900=0$

$x_1=-564$ $\quad x_2=-4$ $\quad$ $x_1=-900$ $\quad x_2=-1$

Т.к. p и q отличаются единицей следовательно из теоремы Виета повторно для каждого случая $\Rightarrow$ следовательно если изначальное выражение $x^2-2x+1=0$ где $x=1$, получаем ту же самую последовательность корней, тут p и q по модулю вновь имеют разницу в единицу

Ответ: x^2+2x+1 и x^2-2x+1

10б

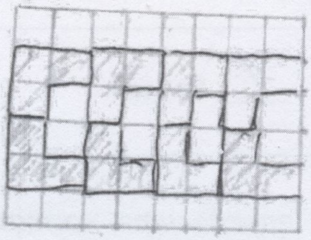
шифр____

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

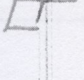
Вариант 1

Задача №4



В предложенной комбинации использовано наименьшее число уголков равное 8.

Это объясняется тем, что уголок данной формы можно поместить в квадрат $2\times2=4$ таких квадратов в фигуре равно 12. Чтобы было наименьшее кол-во уголков в каждом квадрате должно быть закрашено только 2 клетки. Учитывая что уголок состоит из 3 клеток, то 3-я часть от 12 включает в себя квадраты, в которых в каждом по одному кусочку от уже помещенных уголков $\Rightarrow 12-4=8$ - это и есть количество наименьшее уголков

Ответ 8 уголков 

14 б

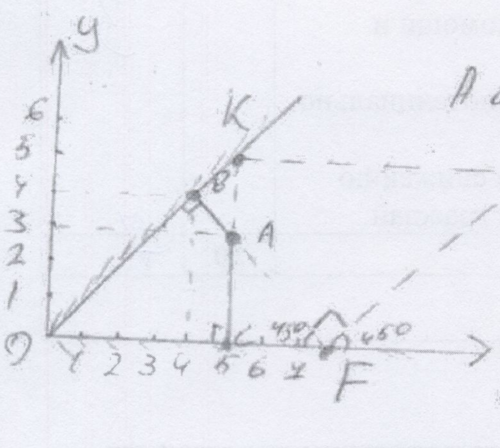
Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

Задача 5



A объект

B и C мнимые изображения

B (4; 4) A (5; 0)

в B $x=4$ и $y=4$ т.к. Зеркало

расположено под углом 45 и ~~вектор~~ вектор $\overrightarrow{BA}$ находится по ∠ 90 к зерк

1 и под углом 45° к зеркалу по оси X

Следующие точки F и K после них отражения невозможны,

т.к. лучи идут параллельно зеркал

Ответ: 4

5 б

Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

шифр ________

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

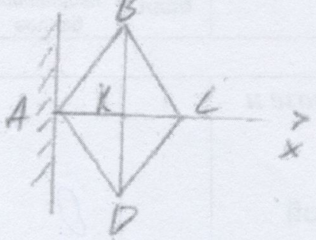
Вариант 1

Задание 6

Решение:

1) Если данный механизм имеет рабочую конструкцию подобную данному, то такие величины как $\angle ABC$ и $\angle ADC$ всегда равны, тогда $\angle BAC = \angle BCD$ всегда

2) Построим ось X на которой будет лежать AC



- вдоль оси X и двигается точка C
- если соединить B и D получим BD

$BD \cap CA$ в точке K

- Отрезок BK имеет постоянные св-ва медианы, биссектрисы и высоты т.к. ABC - равнобедр. $\Rightarrow$

$\Rightarrow AK = KC \Rightarrow$ если C проходит расстояние 5 см за 1 секунду, то за эту же секунду B проходит $-\frac{1}{2} \cdot 5 = 2{,}5$ см $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ Когда C имеет $\vartheta = 5$ см/с, то B имеет $\vartheta = 2{,}5$ см/с $=$

$= \vartheta_B = 0{,}025$ м/с

5б

Ответ: 0,025 м/с.

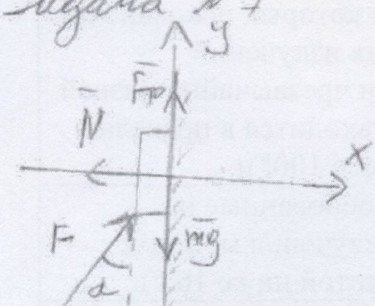
Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

шифр

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

Задача № 4



Рассмотрим по закону Ньютона силы действующие на тело

$$\vec{F} + m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{тр} = 0$$

Рассмотрим направление сил по осям

$OX: N - F\sin 60^\circ = 0$

$Oy: F\cos 60^\circ - F_{тр} - mg = 0 \Rightarrow F\cos 60^\circ - \mu N - mg$

$N = F\sin 60^\circ \Rightarrow F_{тр} = \mu F \cdot \sin 60^\circ$

$F\cos 60^\circ - \mu F\sin 60^\circ = mg$

$$F = \frac{mg}{\cos 60^\circ - \mu \sin 60^\circ}$$

$$F = \frac{1 \cdot 10}{\frac{1}{2} - \frac{1}{10} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} \Rightarrow \frac{2000 + 200\sqrt{3}}{94} = 24{,}2 Н$$

Ответ: 24,2 Н

58

Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

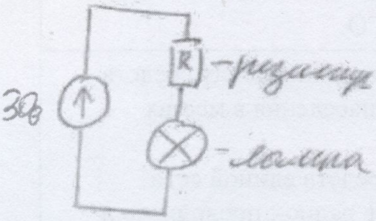
шифр

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

Задача № 8

Решение



При последовательном соединении

$I_{общ} = I_р = I_л$ р - резистор

$U_{общ} = U_р + U_л$ л - лампа

$R_{общ} = R_р + R_л$

Выведем напряжение резистора через напряжение лампы

$\boxed{\text{Формула } U = IR}$ $U_р = 30 - U_л$ также $U_р = I R_р = 10I$

тогда $\Rightarrow 30 - U_л = 10I$

используя график вольтамперной характеристики

при $U_л = 10$ $I = 2$ проверяем $30 - 10 = 10 \cdot 2 \Rightarrow 20 = 20$

$R_л = \frac{U_л}{I} \Rightarrow R_л = \frac{10}{2} = 5$ ом

$\boxed{\text{Формула мощности } P = \frac{U^2}{R}}$

$P = \frac{U^2_{общ}}{R_л + R_р} \Rightarrow P = \frac{30^2}{10+5} = 60$ Вт - мощность всей схемы

$P_л = \frac{U^2_{общ}}{R_л} \Rightarrow P_л = \frac{900}{5} = 180$ Вт - мощности на лампе

8б