

Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

шифр 631005

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	11	12	13	14	—	10	10	11	81

Вариант 2

№1

$a; a+1; a+2; a+3, a \in \mathbb{N}$

$$\boxed{a \text{ и } a+1} \\ \boxed{(a+2) \text{ и } (a+3)}$$

$$a(a+1) < (a+2)(a+3)$$

$$a(a+1) + 2a+1 = (a+2)(a+3)$$

$$a^2 + a + 2a + 1 = a^2 + 5a + 6$$

$$3a + 1 = 5a + 6$$

$$-2a = 5$$

$$a = -2.5$$

нет решений

$$\boxed{a \text{ и } (a+2)} \\ \boxed{(a+1) \text{ и } (a+3)}$$

$$a(a+2) < (a+1)(a+3)$$

$$a(a+2) + 2a+1 = (a+1)(a+3)$$

$$a^2 + 2a + 2a + 1 = a^2 + 4a + 3$$

$$4a + 1 = 4a + 3$$

$$1 = 3$$

нет решений

$$\boxed{a \text{ и } (a+3)} \\ \boxed{(a+2) \text{ и } (a+1)}$$

$$a(a+3) + 2a+1 = (a+2)(a+1)$$

$$a^2 + 3a + 2a + 1 = a^2 + 3a + 2$$

$$5a + 1 = 3a + 2$$

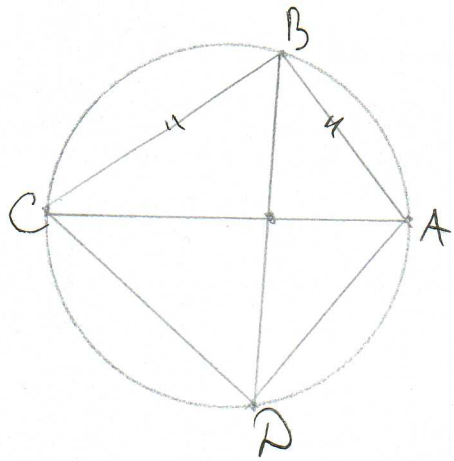
$$2a = 1$$

$$a = 0.5$$

нет решений.

Ответ: 1009; 1010; 1011; 1012. ✓

№2



Дано:
 ABCD - впис. четырехуг.
 $AB = BC = 10$
 $\angle BCD = 45^\circ$
 AC и BD - диаметры.
 $AC \cap BD = M$
 Найти: R опис. окруж. через (C)
 X, B и M .

Ремарка: $BC \perp AB \Rightarrow \cup BC \perp \cup AB$
 $\left. \begin{aligned} \angle CDB - \text{вн. уг. при вершине } \cup BC \\ \angle BCA - \text{вн. уг. при вершине } \cup AB \end{aligned} \right\} \Rightarrow \angle CDB = \angle BCA$

$\angle DMA$ - внем. уг. $\triangle CAM$.

$\angle DMA = \angle CMD + \angle MDC = \angle ACD + \angle BDC$
 $\textcircled{\ominus} \angle ACD + \angle BCA = \angle BCD = 45^\circ$

$\angle AMB = 180^\circ - \angle DMA$; т.е. $\angle DMA$ и $\angle AMB$ смежны.

$\angle AMB = 135^\circ$

$\triangle AMB: \frac{AB}{\sin \angle AMB} = 2R; \frac{10}{\sin 135^\circ} = 2R \Rightarrow R = 5\sqrt{2}$

Ответ: $5\sqrt{2}$ ✓

№3

p -нечет.

1) $n = 2$.

2) $n = 4k$.

$n^2 = 2, pn = 2$.

$n^2 + pn + 2 = 2$.

$n^2 = 4k^2, pn = 4k$.

$n^2 + pn = 2$.

$n^2 + pn + 2 = 2$

$pn = 2; n^2 = 2. \quad n^3 - pn = 2.$
 $n^2 + pn + 2 = 4k^2$

$p = 4k$

1) $n = 2$

2) $n = 4k$

$n^2 = 4k^2, pn = 4k$

$n = pn = 2$

$n^2 + pn + 2 = 4k^2$

Если p -нечет. - Дробь не св. членими числами $\Rightarrow p = 2$ или

т.е. p -нечет., $p = 2 \Rightarrow p = 2$.

$\frac{n^3 - 2n + 13}{n^2 + 2n + 2} = n + \frac{17}{n^2 + 2n + 2}$

$-2n^2 - 4n + 13$

$-2n^2 - 4n - 4$

$\cdot 17$

$\frac{n^3 - 2n + 1}{n^2 + 2n + 2} = n + \frac{17}{n^2 + 2n + 2}$

Делитель 17 - 17 и 1.



$$n^2 + 2n + 2 = 1$$

$$\text{или } n^2 + 2n + 2 = 17$$

6540-05

$$n^2 + 2n + 1 = 0$$

$$n^2 + 2n - 15 = 0$$

$$D_1 = 1 - 1 = 0$$

$$D_1 = 1 + 15 = 16$$

$$n_1 = n_2 = -1$$

$$n_{1,2} = -1 \pm \sqrt{16}$$

$$n_1 = -1 - 4 = -5; n_2 = -1 + 4 = 3$$

Ответ: $p=2; n=-5, 3, -9$.



~ 4

$$a = (4 + \sqrt{7})^{2022} + (4 - \sqrt{7})^{2022} - \text{...}$$

$$(4 + \sqrt{7})^{2022} = a - (4 - \sqrt{7})^{2022}$$

$$(4 + \sqrt{7})(4 - \sqrt{7}) = 16 - 17 = -1$$

$$4 - \sqrt{7} = \frac{1}{4 + \sqrt{7}}$$

$$4 - \sqrt{7} = -(4 + \sqrt{7})^{-1} \quad | \uparrow^{2022}$$

$$(4 - \sqrt{7})^{2022} = (4 + \sqrt{7})^{-2022}$$

$$4 - \sqrt{7} < 5$$

$$8 < 4 + \sqrt{7} < 9$$

$$(4 + \sqrt{7})^{-2022} < 8^{-2022} = (2^3)^{-2022} = 2^{-6066} \text{ (3)}$$

$$6066: 10 = 606 \text{ (ост } 6)$$

$$\textcircled{=} (2^{10})^{606-6}$$

$$(2^{10})^{600}$$

$$2^6$$

$$1000 < 2^{10} = 1024$$

$$\frac{(2^{10})^{606}}{2^6} < \frac{(1000)^{606}}{64} < (10^3)^{606} \cdot \frac{1}{64} \text{ и т.д. } \frac{1}{64} < \frac{1}{64}$$

$$\textcircled{=} \omega^{-1818} \cdot \frac{1}{\omega} = \omega^{-1819}$$

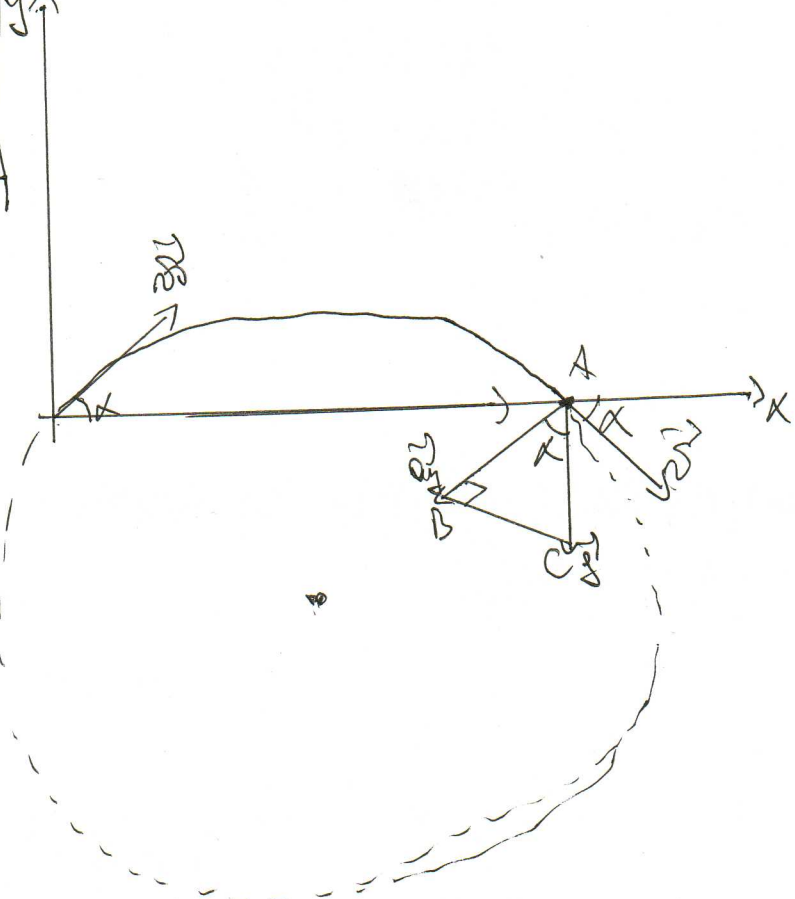
$$\omega^{-1} = 0,7; \omega^{-2} = 0,01; \omega^{-1819} = 0,00...01$$

$$a - (4 - \sqrt{7})^{2022} = 09 \dots 99$$



№6
 Dano:
 $v_0 = 15 \text{ m/s}$
 $g = 10 \text{ m/s}^2$
 $\alpha = 30^\circ$
 $r = ?$

Решение:



Рассмотрим $\triangle ABC$ - прямоугольный. $\Rightarrow a_y = g \cdot \cos \alpha$
 т.е. $\vec{v} \perp a_y$; $\angle ACB = 60^\circ$ как углы при вершине. $\Rightarrow \angle ABC = 30^\circ$
 $a_y = 10 \cdot \cos 30^\circ = 5\sqrt{3}$
 Конечная скорость есть радиус \vec{v} по модулю v_0 :
 $a_y = \frac{v_0^2}{R} \Rightarrow R = \frac{v_0^2}{a_y} = \frac{15^2}{5\sqrt{3}} \approx 26 \text{ м}$

Ответ: 26 м. ✓

№7
 Dano:
 $t_1 = 60 \text{ с}$
 $V_0 = 21$
 $\Delta T = 5^\circ \text{C}$
 $P = 1 \text{ кВт}$
 $c = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$
 $\rho = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$
 $t_2 = ?$

Решение:

$m_0 = \rho V_0 = 1000 \cdot 2 \cdot 10^{-3} = 2 \text{ кг}$
 $Q_1 = c m_0 \Delta T$
 $Q_1 = A_1 = P t_1$; P - мощность двигателя
 $c m_0 \Delta T = P t_1$
 $\rho \rho V_0 \Delta T = P t_1$
 $A_2 = Q_2 + A_{\text{потер}}.$
 $P t_2 = c \rho V_0 \Delta T + \frac{c \rho V_0 \Delta T}{t_1} t_2$; $t_2 \left(P - \frac{c \rho V_0 \Delta T}{t_1} \right) = c \rho V_0 \Delta T$
 $t_2 = \frac{c \rho V_0 \Delta T}{P - \frac{c \rho V_0 \Delta T}{t_1}} = \frac{4200 \cdot 2 \cdot 5}{1000 - \frac{4200 \cdot 2 \cdot 5}{60}} = \frac{42000}{300} = 140 \text{ с}$

~ 0

$$E_1 - \text{ЭДС источника. } R_1 = 8 \text{ Ом}$$

$$E_2 - \text{ЭДС аккумулятора. } R_2 = 16 \text{ Ом}$$

$$I_1 = \frac{E_1 + E_2}{r}$$

$$R_1 = \frac{E_2}{I_1} \Rightarrow I_1 = \frac{E_2}{R_1}$$

Наше уравнение напишем:

$$I_2 = \frac{E_1 - E_2}{r}$$

$$R_2 = \frac{E_2}{I_2} \Rightarrow I_2 = \frac{E_2}{R_2}$$

$$\begin{cases} \frac{E_2}{R_1} = \frac{E_1 + E_2}{r} \\ \frac{E_2}{R_2} = \frac{E_1 - E_2}{r} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} E_2 r = E_1 R_1 + E_2 R_1 \\ E_2 r = E_1 R_2 - E_2 R_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} E_2 r - E_2 R_1 = E_1 R_1 \\ E_2 r + E_2 R_2 = E_1 R_2 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} E_2 (r - R_1) = E_1 R_1 \\ E_2 (r + R_2) = E_1 R_2 \end{cases} \left. \begin{array}{l} \frac{E_2}{E_1} = \frac{R_1}{r - R_1} \\ \frac{E_2}{E_1} = \frac{R_2}{r + R_2} \end{array} \right\} \frac{R_1}{r - R_1} = \frac{R_2}{r + R_2} \Rightarrow R_2 (r - R_1)$$

$$R_2 r - R_1 R_2 = R_2 r - R_2 R_1$$

$$R_2 r - R_2 r = -2 R_1 R_2$$

$$r (R_2 - R_2) = -2 R_1 R_2$$

$$r = \frac{-2 R_1 R_2}{R_1 - R_2}$$

$$r = \frac{-2 \cdot 8 \cdot 16}{8 - 16} = \frac{16^2}{8} = 32 \text{ Ом. } \checkmark$$

λ anyraun $E_2 \rightarrow E_1$ vengta: $\begin{cases} \frac{E_2}{R_2} = \frac{E_1 + E_2}{v} \\ \frac{E_2}{R_2} = \frac{E_2 - E_1}{v} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} E_2 v = E_1 R_1 + E_2 R_1 \\ E_2 v = E_2 R_2 - E_1 R_2 \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} E_2 v - E_2 R_1 = E_1 R_1 \\ E_2 R_2 - E_2 v = -E_1 R_2 \\ E_2 v + E_1 R_2 = E_1 R_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} E_2 (v - R_1) = E_1 R_1 \\ E_1 (R_2 + R_1) = E_2 R_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{E_2}{E_1} = \frac{R_1}{v - R_1} \\ \frac{E_2}{E_1} = \frac{R_2}{R_2 + R_1} \end{cases} \Rightarrow \frac{R_1}{v - R_1} = \frac{R_2}{R_2 + R_1} \Rightarrow$

$\Rightarrow R_1 v + R_1 R_2 = R_2 v - R_2 R_1$
 $R_2 v - R_1 v = R_1 R_2 + R_2 R_1$
 $(R_2 - R_1) v = 2 R_1 R_2$
 $v = \frac{2 R_1 R_2}{R_2 - R_1} = \frac{2 \cdot 8 \cdot 16}{16 - 8}$

$\Rightarrow R_1 R_2 - R_1 v = R_2 v - R_2 R_1$
 $2 R_1 R_2 = v (R_2 + R_1)$
 $v = \frac{2 R_1 R_2}{R_2 + R_1} = \frac{2 \cdot 8 \cdot 16}{8 + 16} = \frac{16^2}{24} \approx 10,7 \text{ m}$

Omsvar: 32 m, ~~10,7 m~~ 10,7 m.

