Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

шифр ЕИ-55-9-20

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	11	12	5	14	4	–	5	7	58

Вариант 1

Задание 1.

1·2·3·4·5·6·7·8·9·…… 2021·2022.

1) Вычеркнем все чётные числа, т.к. при умножении любого числа на чётное получим чётное, а искомое произведение, оканчивающееся на 1, не кратно двум. ⇒ − 1011

2) Уберём все числа, кратные 5, ведь все они оканчиваются на 5 (≠1) ⇒ − 202

Всего: 1011+202= 1213 чисел вычл.

3) Оставшиеся

1·3·7·9·11·13·17·19·23·27·31·33·37·39·41·43·47·49…·2021.

Последние цифры при умножении:

3; 1; 9; 9; 7; 9; 1; 3; 1; 9; 9; 7; 9; 1; 3; 1; 9; 9; 7; 9; 1; 3…

Заметим закономерность: единица на 2ом, 7ом разе из 7.

Ответ: 1213

11

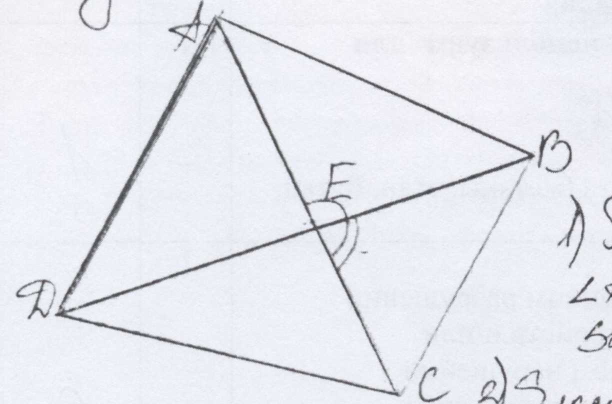
Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

шифр ЕЛ-55-9-20

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

Задание 2.



$S_{ABD} = 10 см^2$

$S_{ACD} = 9 см^2$

$S_{AED} = 6 см^2$

1) Пусть $\angle AEB = \alpha \Rightarrow \angle DEC = \alpha \Rightarrow$
$\angle AED = \angle BEC = 180^\circ - \alpha$, при так, что
$\sin\alpha = \sin(180^\circ - \alpha)$

2) $S_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BD \cdot \sin\alpha$

$S_{AED} = \frac{1}{2} \cdot AE \cdot ED \cdot \sin\alpha$

3) $S_{ACD} = S_{AED} + S_{CED} = \frac{1}{2} \cdot AE \cdot ED \cdot \sin\alpha + \frac{1}{2} \cdot CE \cdot ED \cdot \sin\alpha =$
$= \frac{1}{2} ED \sin\alpha (AE + CE)$, где $AE + CE = AC$

$S_{ABD} = S_{AED} + S_{ABE} = \frac{1}{2} \cdot AE \cdot ED \sin\alpha + \frac{1}{2} \cdot AE \cdot BE \cdot \sin\alpha =$
$= \frac{1}{2} AE \sin\alpha (ED + BE)$, где $ED + BE = DB$.

4) Получаем, $\frac{1}{2} \cdot ED \cdot \sin\alpha \cdot AC = 9$; $\frac{1}{2} \cdot AE \cdot \sin\alpha \cdot BD = 10$.

Перемножим $\Rightarrow \frac{1}{2} ED \cdot \sin\alpha \cdot AC \cdot \frac{1}{2} \cdot AE \cdot \sin\alpha \cdot BD = 90$

$\frac{1}{2} \cdot ED \cdot AE \cdot \sin\alpha \cdot \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BD \sin\alpha = 90$, где $S_{AED} = \frac{1}{2} \cdot AE \cdot ED \cdot \sin\alpha = 6$.

$6 \cdot \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BD \cdot \sin\alpha = 90$

$\frac{1}{2} \cdot AC \cdot BD \cdot \sin\alpha = 15 \Rightarrow$ из 2: $S_{ABCD} = 15 см^2$

Ответ: $15 см^2$

12б

шифр

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

Вариант 1

Задание 3

$x^2+px+q \qquad n\in[0;2022]$

$x^2+(p+n)x+(q+n)$

Пусть x_1 и x_2 – целые корни $x^2+px+q \Rightarrow$

$\begin{cases} p=-(x_1+x_2), \\ q=x_1 \cdot x_2; \end{cases}$

Для $x^2+(p+n)x+(q+n)$

$\begin{cases} -(p+n)=x_1+x_2, \\ q+n=x_1x_2; \end{cases}$

Отв: ?

5 б

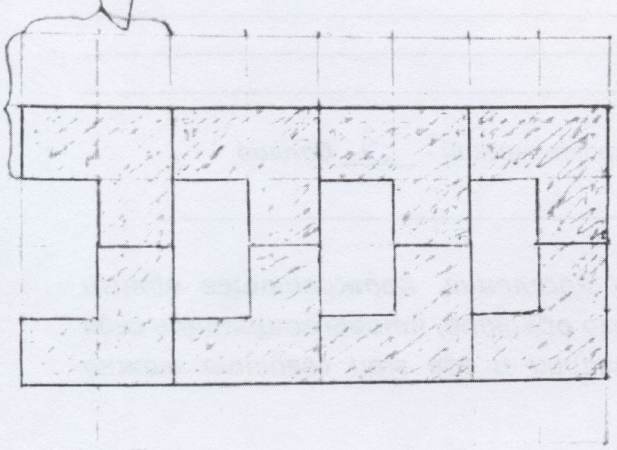
Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

шифр______________

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

Задание 4.



1) Делим всю доску на квадраты размером 2×2. Если каждый квадрат заполнить на 1 из 4, то поместится ещё, а если 3 из 4, то слишком много $\Rightarrow$ не минимал.

2) Заполним каждый квадрат наполовину $\Rightarrow$ 24 из 48 клеток заполнено $\Rightarrow$ 8 уголков. Это число минимально (из пункта 1)

Ответ: 8 уголков.

14б

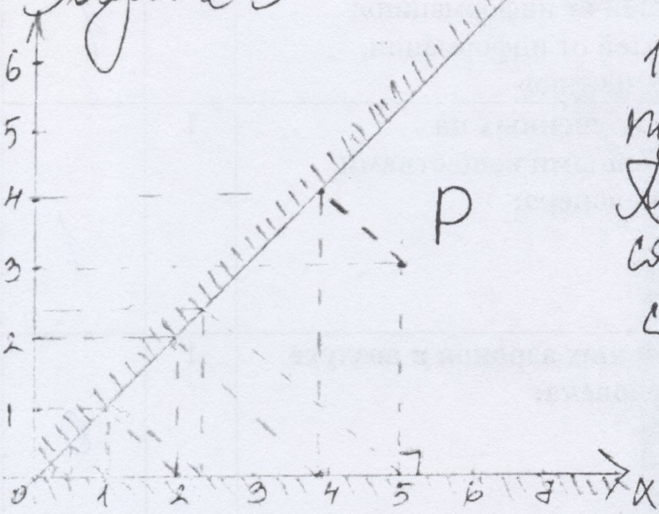
Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

шифр ____________

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

Задание 5



1) Т.к. зеркала расположены под углом 45° (половина 90°) ⇒ Точка бесконечно будет отражаться, координаты будут уменьшаться в 2 раза ⇒ Отражения:

(4; 4); (4; 0); (2; 2); (2; 0); (1; 1); (1; 0) и т.д.

(5; 0); (2.5; 2.5); (2,5; 0) и т.д.

4

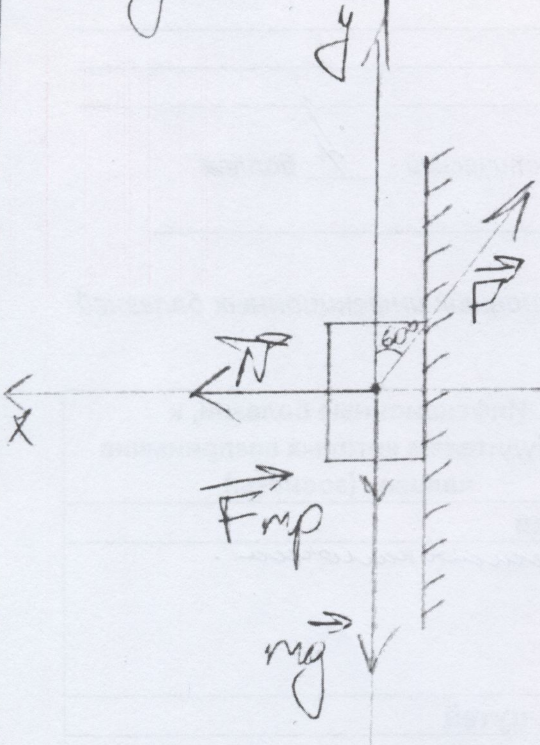
Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

шифр____________

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

Задание 9.



$\vec F + m\vec g + \vec F_{тр} + \vec N = 0$

По I закону Ньютона.

OX: $N - F\cdot\cos 60^\circ = 0$

OY: $F\cdot\cos 60^\circ - mg - F_{тр} = 0$

$F_{тр} = \mu\cdot N = \mu\cdot F\cdot\cos 60^\circ$

$F\cdot\cos 60^\circ - \mu\cdot F\cdot\sin 60^\circ = mg$

$F(\cos 60^\circ - \mu\cdot\sin 60^\circ) = mg$

$F = \frac{mg}{\cos 60^\circ - \mu\cdot\sin 60^\circ} = \frac{1\cdot 10}{\frac{1}{2} - \frac{1}{10}\cdot\frac{\sqrt3}{2}} =$

$= \frac{10}{\frac{5-1\sqrt3}{10}} = \frac{100}{5(1-\sqrt3)} = \frac{20}{1-\sqrt3} \approx 24{,}2Н$

Ответ: 24,2Н

5б

Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

шифр ____________

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

Задание 8.

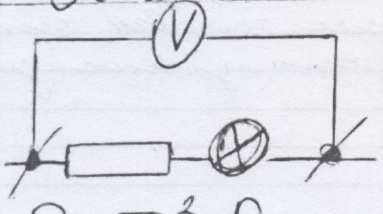
Дано:

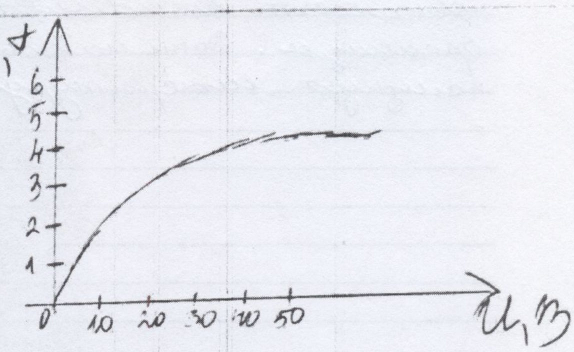
$R_1 = 10$ Ом

$U_0 = 30$ В

$P_2 = ?$

Решение:





$P_2 = I^2 \cdot R_2$

$U_0 = U_1 + U_2;$

$I = I_1 = I_2$

$R_{\text{стат лампы}(2)} = \frac{U_2}{I} = \frac{10\text{В}}{2\text{А}} = 5$ Ом (согласно графику)

$R_{\text{стат лампы}(2)} = R_2 = 5$ Ом

$R_{\text{общ}} = R_1 + R_2 = 10$ Ом $+ 5$ Ом $= 15$ Ом

$I = \frac{U_0}{R_0} = \frac{30\text{В}}{15\text{Ом}} = 2\text{А}$

$P_2 = (2\text{А})^2 \cdot 5$ Ом $= 4\text{А}^2 \cdot 5$ Ом $= 20$ Вт

Ответ: 20 Вт

7б