

Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

шифр ЕЦ-55-9-10

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	11	12	13	14	10	3	3	7	73

Вариант 1

№ 1

Нужно вычеркнуть все четные числа, т.к. при умножении на четное число получим число оканчивающееся на 0, 2, 4, 6, 8 (вычеркиваем  $2022 : 2 = 1011$ )

Также вычеркиваем все числа оканчивающиеся на 5, т.к. при умножении на 5 нечетных чисел, получим число оканчивающееся на 5.

в 1 сотне 10 чисел оканчивающихся на 5  
в 2000 чисел  $20 \cdot 10 = 200$  чисел

в 22 2 числа оканчивающиеся на 5.  
Итого 202 числа оканчивающиеся на 5

Аналогично числа оканчивающиеся на 3, от 1 до 2022  
также 202 числа  
Рассмотрим произведение чисел оканчивающихся на 3

- $3^1$       3
  - $3^2$       9
  - $3^3$       7
  - $3^4$       1
  - $3^5$       3
- } цикл

73

предмет

$202 = 4 \cdot 50 + 2$

Поэтому произведение 200 чисел оканчивающихся на 3 будет оканчиваться на 1, поэтому 200 чисел можно оставить

①

На 7 оканчивается 202 числа

	оканч.	
$7^1$	7	} циклы
$7^2$	9	
$7^3$	3	
$7^4$	1	
$7^5$	7	

$202 = 4 \cdot 50 + 2$ , значит 200 оканчивающихся на 7 их произведение оканчивается на 1

На 9 оканчивается 202 числа

	оканч.	
$9^1$	9	} циклы
$9^2$	1	
$9^3$	9	

$202 = 2 \cdot 101$ , значит все числа на 9 можно оставить.

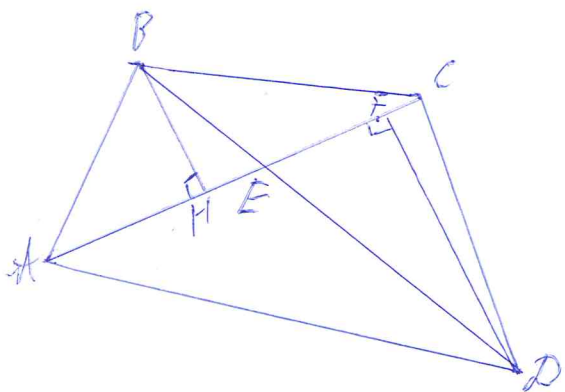
У нас осталось по 2 числа оканчивающихся на 3 и 7.

$(3 \cdot 7)^2 = 21^2$ , значит их произведение будет оканчиваться на 1. Числа оканчивающиеся на 1, их произведение будет оканч. на 1. Можно оставить все числа оканчивающиеся на 1, 3, 7, 9.

Поэтому вычеркиваем  $1011 + 202 = 1213$  (чисел)

Ответ: 1213 чисел.

1/2.



$$S_{ABD} = 10 \text{ см}^2$$

$$S_{ACD} = 9 \text{ см}^2$$

$$S_{AED} = 6 \text{ см}^2$$

Значит  $S_{ABE} = S_{ABD} - S_{AED}$

$$S_{ABE} = 10 - 6 = 4 (\text{см}^2)$$

$$S_{DEC} = S_{ACD} - S_{AED}$$

$$S_{DEC} = 9 - 6 = 3 (\text{см}^2)$$

П.ч.  $\triangle ABE$  и  $\triangle EDC$  имеют одну и ту же высоту BH, то  $\frac{S_{ABE}}{S_{DEC}} = \frac{AE}{EC}$

②

П. а. у  $\triangle AED$  и  $\triangle EDC$  общая высота  $DF$ , то  $\frac{S_{AED}}{S_{EDC}} = \frac{AE}{EC}$ .

Отсюда  $\frac{S_{ABE}}{S_{BEC}} = \frac{S_{AED}}{S_{EDC}}$

$\frac{4}{S_{BEC}} = \frac{6}{3}$   $S_{BEC} = \frac{4 \cdot 3}{6} = 2 \text{ (см}^2\text{)}$

Сумма  $S_{ABCD} = S_{ABE} + S_{BEC} + S_{AED} + S_{EDC}$   
 $S_{ABCP} = 4 + 2 + 6 + 3 = 15 \text{ см}^2$

12

н 3

у квадратного уравнения  $x^2 + (p+n)x + q+n = 0$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots, 2022$ , по теореме Виета

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -(p+n) \\ x_1 x_2 = q+n \end{cases}$$

Если  $p = q+1$ , то  $\begin{cases} x_1 + x_2 = -(p+n+1) \\ x_1 x_2 = q+n \end{cases}$

Корнями являются  $x_1 = -1$ ,  $x_2 = -(q+n)$

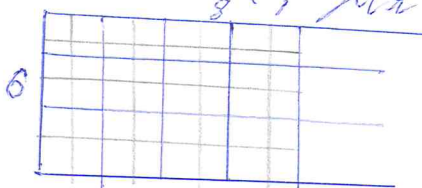
Квадратный трёхчлен можно взять  $x^2 + 3x + 2$ , у которого корни  $-1$  и  $-2$ .

135

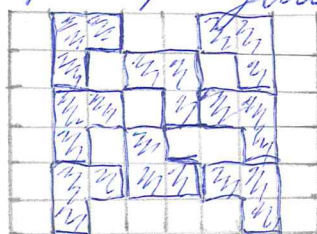
н 4

В каждом квадрате  $2 \times 2$ , по крайней мере, 2 клетки должны быть заняты уголками (иначе в такой квадрат помещается ещё один уголок)

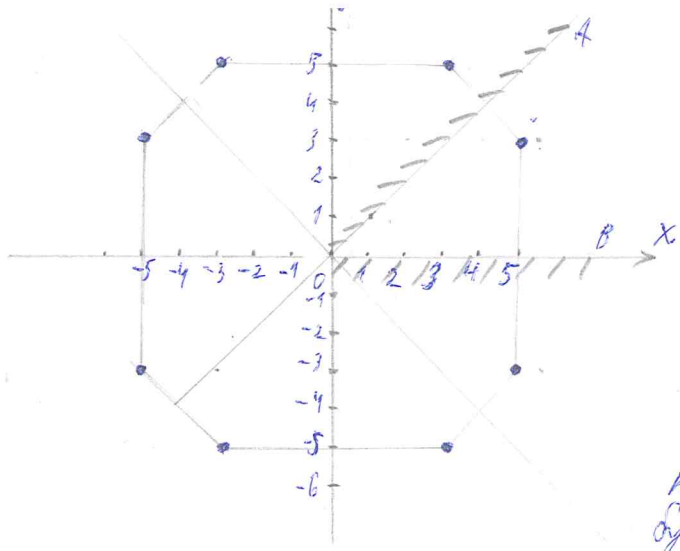
Прямоугольник  $6 \times 8$ , можно разбить на 12 квадратов  $2 \times 2$  размерами каждый, то есть уголками должно быть покрыто не менее 24 клеток, для чего потребуется не меньше 8 уголков.



Пример для 8 уголков:



145

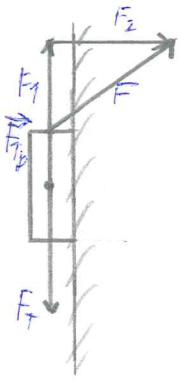


Изображение будет отражаться по кругу (360°), когда разделим на угол между зеркалами, а также отнимем 1, т.к. это сам объект, а не отражение получается

$$\frac{360^\circ}{45^\circ} - 1 = 7 \text{ (отражений)}$$

Координаты первых изображений будут симметричны относительно прямой OA и OB, нормальными к которым точки (3; 5) и (5; -3)

№ 7



$$F_T = mg, \quad F_{Tp} = \mu \cdot F_2, \quad F_1 = \frac{F}{2}$$

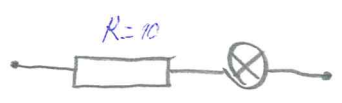
$$\frac{F}{2} = F_1 = F_T - F_{Tp} = mg - \mu \cdot F_2 = mg - \mu \cdot F \cos 30^\circ$$

$$F + 2\mu F \cos 30^\circ = 2mg$$

$$F = \frac{2mg}{1 + 2\mu \cos 30^\circ} = \frac{2 \cdot 1 \cdot 9,8}{1 + 2 \cdot 0,1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{19,6}{1,173} = 16,7 \text{ (Н)}$$

30

№ 8



$$I = \frac{U}{R}, \quad R = \frac{U}{I}, \quad S = \frac{U^2}{R}$$

$$R_{\text{лам}} = \frac{30}{1,7} = 17,6$$

$$I = \frac{U}{R_R + R_{\text{лам}}} = \frac{30}{10 + 17,6} = 1,17$$

$$S = U \cdot I = 30 \cdot 1,17 = 35,1$$

$$S = S_R + S_{\text{лам}}, \quad \frac{S_{\text{лам}}}{S_R} = \frac{R_R}{R_1} = \frac{10}{17,6}$$

$$S_{\text{лам}} = S - \frac{S \cdot R_R}{R_R}$$

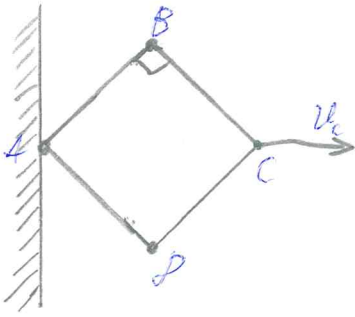
$$S_{\text{лам}} + \frac{S_{\text{лам}} \cdot R_R}{R_R} = S$$

$$S_{\text{лам}} = \frac{S}{1 + \frac{R_{\text{лам}}}{R_R}} = \frac{35,1}{1 + \frac{17,6}{10}} = 21 \text{ (Вт)}$$

70

(4)

N 6



1. ABCD - ромб

и  $AB = BC = CD = AD$  (по условию стороны одинаковые)  
 $\angle APC = 90^\circ$

2. Все стороны ~~одинаковы~~ <sup>равны</sup>, а углы их  
неполные и ~~равны~~ <sup>не равны</sup>  $60^\circ$ , что ~~предполагается~~ <sup>предполагается</sup> ~~ромбом~~ <sup>ромбом</sup> ~~на 2 точки~~  
B и D, ~~значит~~  $v_B = \frac{1}{2} v_C$

$$v_B = \frac{1}{2} \cdot 5 = 2,5 \text{ (м/с)}$$

30

