Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

шифр________________

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	10	13	13	2	10	15	15	10	~~88~~ 86

не изменяется

Вариант 1

7. Дано

$T = 4t_0$

$U_1 = 10$ В

$U_2 = 5$ В

$U_3 = 0$ В

$U_4 = -5$ В

$U_g - ?$

Решение

$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4$

$t_1 = t_2 = t_3 = t_4 = t_0$

$Q_1 = \frac{U_1^2 t_0}{R}$ $Q_2 = \frac{U_2^2 t_0}{R}$

$Q_3 = 0$ (т.к. $U_3 = 0$)

$Q_4 = \frac{U_4^2 t_0}{R}$

$Q = \frac{t_0}{R}(U_1^2 + U_2^2 + U_4^2)$

$P = \frac{Q}{4t_0} = \frac{U_1^2 + U_2^2 + U_4^2}{4R}$ $\Rightarrow$ $P = \frac{U_g^2}{R}$

$\frac{U_g^2}{\cancel{R}} = \frac{U_1^2 + U_2^2 + U_4^2}{4\cancel{R}}$ $U_g = \frac{\sqrt{U_1^2 + U_2^2 + U_4^2}}{2}$

$U_g = \frac{\sqrt{10^2 + 5^2 + 5^2}}{2} = \frac{\sqrt{150}}{2} \approx 6{,}1$ В

Ответ: 6,1 В

1. $2b > 4a + c > 0$

~~почему~~?

Т.к. обе части нер-ва положительные числа, то возведу в квадрат обе части неравенства.

+

$4b^2 > (4a+c)^2 > 0$

$4b^2 > 16a^2 + 8ac + c^2 > 0$

$b^2 > 4a^2 + 2ac + \frac{1}{4}c^2 > 0$

Используя нер-во между средним арифметическим и средним геометрическим, получу:

$4a^2 + \frac{1}{4}c^2 \geq 2 \cdot 2a \cdot \frac{1}{2}c$

$4a^2 + \frac{1}{4}c^2 \geq 2ac$

$b^2 > 4a^2 + 2ac + \frac{1}{4}c^2 \geq 2ac + 2ac > 0$

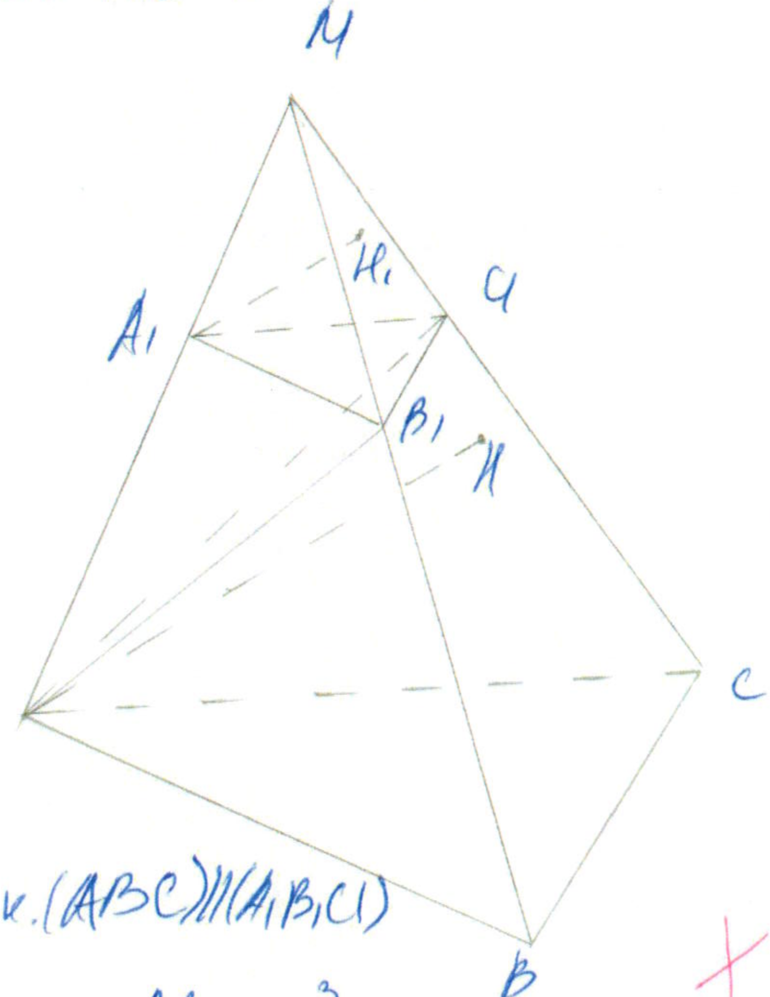
$b^2 > 4a^2 + 2ac + \frac{1}{4}c^2 \geq 4ac > 0$

$\Downarrow$

$\underline{b^2 > 4ac}$

3. $V_{MABC} = 324$

$V_{MA_1B_1C_1} = 96$



Решение

$\frac{V_{MABC}}{V_{MA_1B_1C_1}} = \frac{324}{96}$ т.к. $(ABC) \parallel (A_1B_1C_1)$

$\frac{V_{MABC}}{V_{MA_1B_1C_1}} = \frac{54}{16} = \frac{27}{8} \Rightarrow \frac{AB}{A_1B_1} = \frac{3}{2}$

Основанием пирамид AMB_1C_1 и $A_1MB_1C_1$ является $\triangle MB_1C_1$.

$A_1H_1 \perp (MBC)$ $\quad \frac{A_1H_1}{AH} = \frac{2}{3}$

$AH \perp (MBC)$

шифр______________

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

Вариант 1

Т.к. у пирамид одно основание, то их объ относятся как высоты.

$$\frac{V_{A_1MB_1C_1}}{V_{AMB_1C_1}}=\frac{2}{3} \quad \frac{96}{V_{AMB_1C_1}}=\frac{2}{3} \quad V_{AMB_1C_1}=\frac{\cancel{96}^{48}\cdot 3}{\cancel{2}_1}=$$

$=144$

Ответ: 144.

5. Дано
$M=5$ кг
$m=30$ кг
$t=2$ с
$N-?$

Решение
Т.к. обезьяна неподвижна относительно Земли, то $a_{об}=0$
?2 закон Ньютона для
m: $F-mg=0$
$F=mg$ 2

2 закон Ньютона для веревки:
$F-Mg=Ma$
$(m-M)g=Ma$ +2
$a=\frac{(m-M)g}{M}$

Скорость, преобретаемая веревкой:
$v=at=\frac{(m-M)gt}{M}$ 2

Мощность, развиваемая обезьяной:

$$N = F \cdot v = \frac{mg(m-M)gt}{M} = \frac{mg^2(m-M)t}{M}$$

$$N = \frac{30 \cdot 10^2 \cdot \overset{5}{\cancel{25}} \cdot 2}{\underset{1}{\cancel{5}}} = 30 \cdot 10^2 \cdot 10 (Вт) = 30 \cdot 10^3 (Вт) =$$

$= 30$ кВт

2

Ответ: 30 кВт

8. Дано

$\nu = 2$ моль

$T = 300K$

$\frac{V_2}{V_1} = 3$

$\eta = 40\% = 0,4$

$A - ?$

Решение

Т.к. газ находится в сосуде под подвижным поршнем, а процесс протекает медленно то с газом происходит изобар процесс ($p = const$)

$$\nu_1 = \nu = \frac{N_1}{N_A} \quad pV_1 = \nu RT$$

Т.к. в конечном состояний 40% молек диссоциировали, то $N_2 = 2\eta N_1 + (1-\eta)N_1 =$
$= 0,8N_1 + 0,6N_1 = 1,4N_1 \Rightarrow \nu_2 = \frac{1,4N_1}{N_A} = \frac{1,4\nu_1}{1} =$
$= 1,4\nu_1$; $\nu_2 = 2,8$ моль

5б

$$\begin{cases} pV_1 = \nu_1 RT_1 \\ p \cdot 3V_1 = \nu_2 RT_2 \end{cases} \Rightarrow V_2 = 3V_1 \quad 3 = \frac{\nu_2 T_2}{\nu_1 T_1} \quad T_2 = \frac{3\nu_1}{\nu_2} \cdot T_1;$$

$$T_2 = \frac{3 \cdot 2}{2,8} \cdot 300 \approx 643K$$

$$A = p(V_2 - V_1) = pV_2 - pV_1 = \nu_2 RT_2 - \nu_1 RT_1 =$$
$$= R(\nu_2 T_2 - \nu_1 T_1)$$

$$A = 8,31(2,8 \cdot 643 - 2 \cdot 300) = 8,31(1800,4 - 600) \approx$$
$\approx 9975,3$ Дж

3б

Ответ: 9975,3 Дж

шифр______________

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

Вариант 1

2.

$$+\begin{cases}\sin^4 x+\sin^5 y=1\\ \cos^3 x+\cos^7 y=1\end{cases}$$

$\sin^4 x+\cos^3 x+\sin^5 y+\cos^7 y=1+1$

$\cos^3 x+\cos^7 y+\sin^4 x+\sin^5 y=2$

$\cos^3 x+\cos^7 y+\sin^4 x+\sin^5 y=\cos^2 x+\sin^2 x+\cos^2 y+\sin$

$\cos^3 x+\cos^7 y+\sin^4 x+\sin^5 y-\cos^2 x-\sin^2 x-\cos^2 y-\sin^2 y=0$

$(\sin^4 x-\sin^2 x)+(\cos^3 x-\cos^2 x)+(\sin^5 y-\sin^2 y)+(\cos^7 y-\cos$

$\sin^2 x(\sin^2 x-1)+\sin^2 y(\sin^3 x-1)+\cos^2 x(\cos x-1)+\cos^2 y(\cos$

$-1)=0$

значит,

$$\begin{cases}\sin^2 x(\sin^2 x-1)=0\\ \sin^2 y(\sin^3 y-1)=0\\ \cos^2 x(\cos x-1)=0\\ \cos^2 y(\cos^5 y-1)=0\end{cases};\quad \begin{cases}\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{2}+\pi n, n\in Z\\ x=2\pi a, a\in Z\end{array}\right.\\ \left[\begin{array}{l}y=2\pi k, k\in Z\\ y=\frac{\pi}{2}+2\pi m, m\in Z\end{array}\right.\end{cases}$$

Ответ: $\left(\frac{\pi}{2}+\pi n; 2\pi k\right); \left(2\pi a; \frac{\pi}{2}+2\pi m\right)$

$a\in Z, n\in Z, k\in Z, m\in Z$

×

6. Дано

$H=201$

Решение

Солнечный зайчик на стене - отраж

на стене между точками, куда упали

отраженные от краев зеркала лучи.

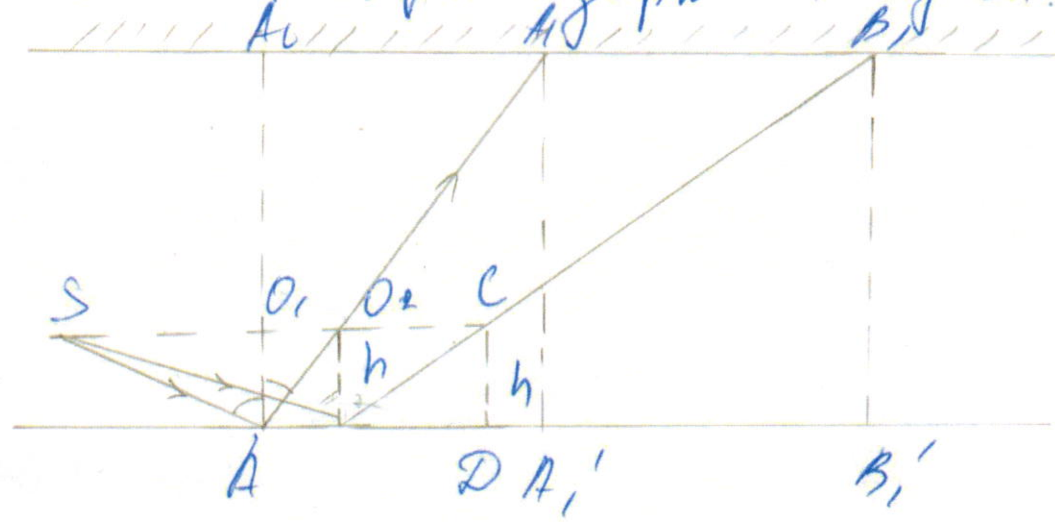
$h = 1м$

$SA = 2h$

$v = 2 \frac{м}{с}$

$t = 5с$

$\frac{A_2B_2}{A_1B_1} - ?$



AB - зеркало

$AB = x$

A_1B_1 - размер солнечного зайчика в начальный момент

$SA = 2h$; $AO_1 = h$; $A_1A_1' = B_1B_1' = H + h = 3h$

$SO_1 = O_1O_2 = \sqrt{4h^2 - h^2} = h\sqrt{3}$

$\Delta AO_1O_2 \sim \Delta AA_0A_1$

$$\frac{AO_1}{A_1A_0} = \frac{O_1O_2}{A_0A_1} \Rightarrow \frac{h}{H} = \frac{h\sqrt{3}}{A_0A_1}$$

$$\frac{h}{H} = \frac{BD}{BB_1} ; \ BD = \sqrt{3}h + x$$

$A_0A_1 = 3\sqrt{3}h$

$\Delta BCD \sim \Delta BB_1B_1'$ $\quad \frac{CD}{B_1B_1'} = \frac{BD}{BB_1'}$

$$\frac{1}{3} = \frac{\sqrt{3}h + x}{BB_1'} \qquad BB_1' = 3(\sqrt{3}h + x)$$

$A_1B_1 = BB_1' - AA_1' + x$; $AA_1' = A_0A_1 = 3\sqrt{3}h$

$A_1B_1 = 3\sqrt{3}h + 3x - 3\sqrt{3}h + x = 4x$

шифр______________

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

Вариант 1

В момент $t=5c$ A_2B_2 – размер солнечного зайчика при $t=5c$

$SO_1 = O_1'O_2' = h\sqrt{3}+vt$

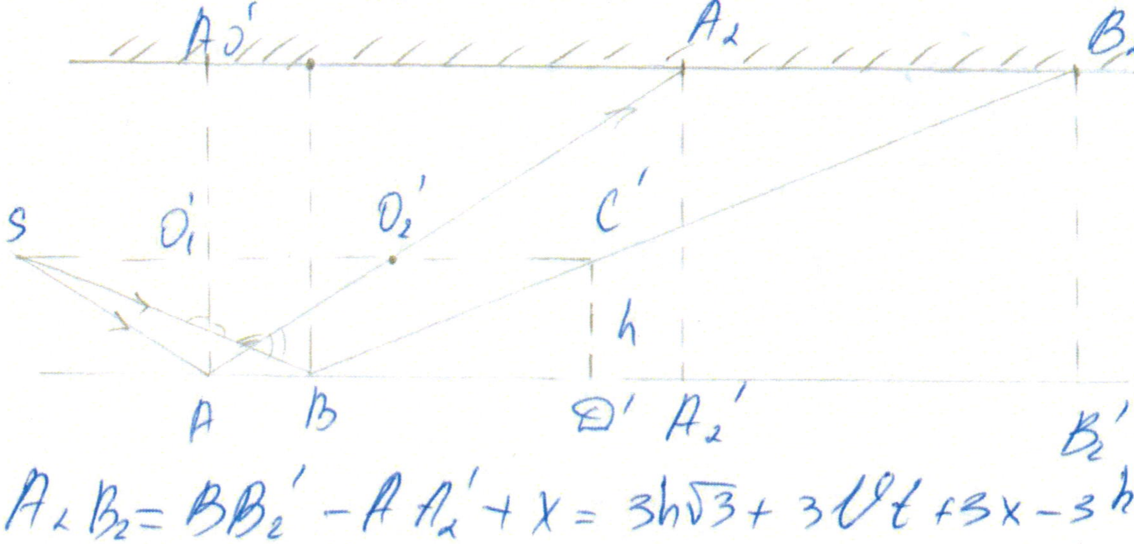
$\triangle AO_1'O_2' \sim AA_0'A$ $\quad \frac{AO_1'}{AA_0'} = \frac{O_1'O_2'}{A_0'A_2} \Rightarrow A_0'A_2 = 3O_1'O_2' =$

$= 3(h\sqrt{3}+vt)$

$\triangle BC'D' \sim \triangle BB_2B_2'$ $\quad \frac{C'D'}{B_2B_2'} = \frac{BD'}{BB_2'}$ $\quad \frac{1}{3} = \frac{BD'}{BB_2'}$

$BD' = h\sqrt{3}+vt+x$

$BB_2' = 3(h\sqrt{3}+vt+x)$



$A_2B_2 = BB_2' - AA_2' + x = 3h\sqrt{3}+3vt+3x-3h\sqrt{3}+3vt+x =$

$= 4x$

$\frac{A_2B_2}{A_1B_1} = 1$ Получается, размер зайчика не изменится

Ответ: не изменится

4. Построю последовательность трёхчленов

1) $x^2+20x+22=0$

2) $x^2+20x+22-1=0$

$x^2+20x+21=0$

3) $x^2+20x+22-2=0$

$x^2+20x+20=0$

4) $x^2+20x+19=0$

$D=400-76=324$

$x_1=\frac{-20-18}{2}=-\frac{38}{2}=-19$

$x_2=\frac{-20+18}{2}=-1$

Это пример. нет обоснования!

$\mp$

Значит, такая последовательность существует, но не всегда можно построить последовательность, где нет целых корней.

Ответ: верно, но не всегда.