$\Rightarrow Q_{общ} = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 = \left(\frac{2300 + 10000 + 2500 + 2500}{R}\right) t_0 =$

36-11-13

$= \frac{17500}{R} t_0$

Тогда, $Q_{общ} = \frac{U_д^2}{R} t_{общ}$, где $t_{общ} = t_1 + t_2 + t_3 + t_4 = 4t_0$

$R Q_0 = 4 U_д^2 t_0$

$U_д^2 = \frac{R Q_0}{4 t_0}$

$U_д = \sqrt{\frac{R Q_0}{4 t_0}} = \sqrt{\frac{\cancel{R} \cdot 17500 \cdot \cancel{t_0}}{4 \cdot \cancel{t_0} \cdot \cancel{R}}} \approx 66$ В

Ответ: 66 В

Задание 8

$N_0 = \nu_0 \cdot N_A$ - кол-во молекул молекулярного азота

$N_0 - 100\%$
$N_1 - 40\%$
$N_1 = 0,4 N_0$
кол-во молекул, которые не дис.

$N_0 - 100\%$
$N_2 - 60\%$
$N_2 = 0,6 N_0$
кол-во молекул, которые дис.

В результате кол-во молекул стало:

$N = 0,4 N_0 + 0,6 N_0 \cdot 2$

Кол-во вещ-ва стало:

$\nu = \frac{0,4 \nu_0 N_A + 0,6 \nu_0 N_A \cdot 2}{N_A} = 0,4 \nu_0 + 1,2 \nu_0 = 1,6 \nu_0$

Изобарный процесс:

$\frac{\nu_0 R T_0}{V_0} = \frac{\nu R T}{V}$

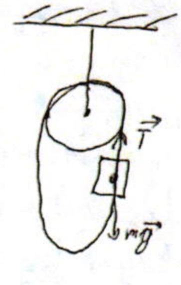
Отсюда $T = \frac{\nu_0 R T_0 V}{V_0 \nu R} = \frac{\cancel{\nu_0} T_0 \cdot 2\cancel{V_0}}{\cancel{V_0} \cdot 1,6 \cancel{\nu_0}} = \frac{2 \cdot 350}{1,6} = 437,5 K$

$A = p \cdot \Delta V = \nu R T = \nu_0 R T_0 = 6,4 \cdot 8,31 \cdot 437,5 - 4 \cdot 8,31 \cdot 350 =$
$= 11634$ Дж

Ответ: 11634 Дж

Задание 5 36-11-13

Обезьяна не смещается. Следовательно сила, с которой она действует на верёвку равна весу обезьяны: $T = P = mg$



По второму з-ну Ньютона

$T = Ma$

$T = Ma = mg \Rightarrow a = \frac{mg}{M}$ - ускорение обезьяны

По истечении времени t, веревка будет двигаться со скоростью

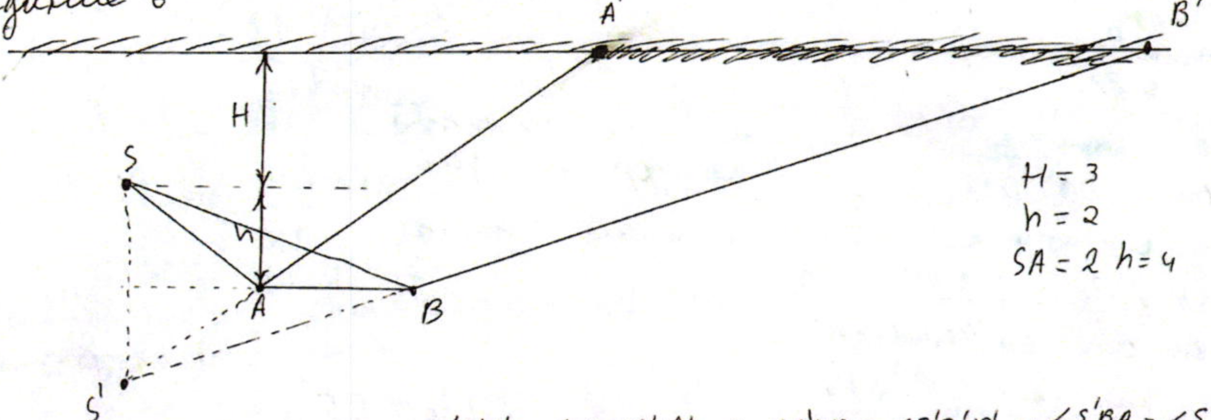
$v = at = \frac{mg}{M} t$

Тогда мощность, развиваемая обезьяной:

$N = mg \cdot \frac{mg}{M} t = \frac{(mg)^2 t}{M} = \frac{200^2 \cdot 3}{8} = 15$ кВт

Ответ: 15 кВт - мощность обезьяны

Задание 6



Рассмотрим $\triangle ABS'$ и $\triangle A'B'S'$, $AB \parallel A'B' \Rightarrow \angle S'AB = \angle S'A'B'$ и $\angle S'BA = \angle S'B'A' \Rightarrow$ $\triangle ABS' \sim \triangle A'B'S'$ по первому признаку подобия треугольников (по 2ум углам)

$\frac{AB}{A'B'} = \frac{h}{2h+H} = \frac{2}{4+3} = \frac{2}{7} \Rightarrow A'B' = 3{,}5 AB$

С течением времени размеры солнечного зайчика меняться не будут. Они всегда в 3,5 раза больше размеров зеркала.

Ответ: размеры зайчика меняться не будут

Задание 7

За один цикл выделяется теплота

$$\left.\begin{aligned} Q_1 &= \frac{U_1^2}{R} t_1 \qquad & Q_3 &= \frac{U_3^2}{R} t_3 \\ Q_2 &= \frac{U_2^2}{R} t_2 \qquad & Q_4 &= \frac{U_4^2}{R} t_4 \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

26-11-13

1) $\begin{cases}\sin x = 0\\ \cos x = 1\end{cases}$ или $\begin{cases}\sin x = 1\\ \cos x = 0\end{cases}$

$x = 2\pi n, n \in Z$ или $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k,\ k \in Z$

2) $\begin{cases}\sin^2 y = 0\\ \cos^3 y = 1\end{cases}$ или $\begin{cases}\sin^2 y = 1\\ \cos y = 0\end{cases}$

$y = 2\pi m, m \in Z$ или $y = \frac{\pi}{2} + \pi l,\ l \in Z$

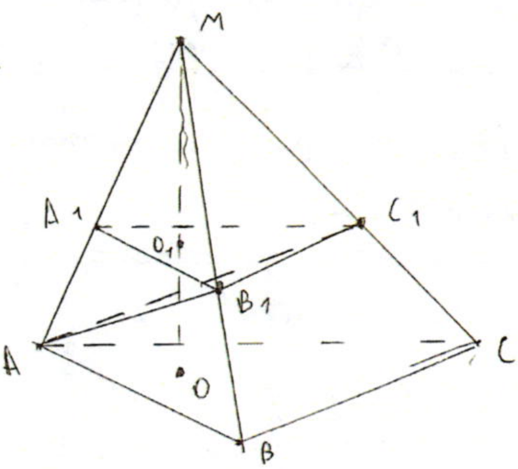
Рассмотрим исходную систему уравнений:

① Если $x = 2\pi n$, то $\sin x = 0 \Rightarrow \sin^3 x = 0$, тогда $\sin^4 y = 1 \Rightarrow y = \frac{\pi}{2} + \pi l$

② Если $x = \frac{\pi}{2} + \pi k$, то $\cos x = 0 \Rightarrow \cos^3 x = 0$, тогда $\cos^5 y = 1 \Rightarrow y = 2\pi m$

Ответ: $\left(2\pi n;\ \frac{\pi}{2} + \pi l\right)$ и $\left(\frac{\pi}{2} + \pi k;\ 2\pi m\right)$

Задание 3



Пирамиды $MA_1B_1C_1$ и $MABC$ – подобны, т.к. $(A_1B_1C_1) \parallel (ABC)$, тогда $k^3 = \frac{MO^3}{MO_1^3} = \frac{125}{27} \Rightarrow$

$\Rightarrow k = \frac{5}{3}$

x – часть пропорции

$V_{MA_1B_1C_1} = \frac{1}{3} \cdot MO_1 \cdot S_{A_1B_1C_1} = \frac{1}{3} \cdot 3x \cdot S_{A_1B_1C_1}$

$V_{AA_1B_1C_1} = \frac{1}{3} \cdot OO_1 \cdot S_{A_1B_1C_1} = \frac{1}{3} \cdot 2x = S_{A_1B_1C_1}$

$\frac{V_{MA_1B_1C_1}}{V_{AA_1B_1C_1}} = \frac{3x}{2x} \Rightarrow \frac{81}{V_{AA_1B_1C_1}} = \frac{3}{2} \Rightarrow V_{AA_1B_1C_1} = 54 \Rightarrow V = V_{AA_1B_1C_1} + V_{MA_1B_1C_1} =$
$= 81 + 54 = 135$

Ответ: $V_{AB_1C_1M} = 135$

Задание 4

$x^2 - 20x + 22 \Rightarrow x^2 - 202x + 2 \Rightarrow 20 \le b \le 202$ и $2 \le c \le 22$

$ax^2 + bx + c$

$D = b^2 - 4ac$

x_1 и x_2 должны быть целыми, тогда $D > 0$ и $\sqrt{D}$ – целое четное число

Рассмотрим трёхчлен $x^2 - 20x + 19$:

$D = 400 - 4 \cdot 19 = 400 - 76 = 324$

$\left.\begin{array}{l} x_1 = \frac{20+18}{2} = \frac{38}{2} = 19 \\ x_2 = \frac{20-18}{2} = \frac{2}{2} = 1 \end{array}\right\}$ x_1 и x_2 – целые $\Rightarrow$ такой трёхчлен существует

Ответ: верно

шифр 36-11-13

Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	10	13	13	0	10	15	15	10	86

Вариант 2

без измен

без изменений

Задание 1

$3b > 9a + c > 0$

$b > \frac{9a+c}{3} > 0$

$b^2 > \left(\frac{9a+c}{3}\right)^2 > 0$

$$\left.\begin{aligned}\left(\frac{9a+c}{3}\right)^2 &= \left(\frac{9a}{3}\right)^2 + 2\cdot\frac{9a}{3}\cdot\frac{c}{3} + \left(\frac{c}{3}\right)^2 = \left(\frac{9a}{3}\right)^2 + 2ac + \left(\frac{c}{3}\right)^2 \\ \left(\frac{9a-c}{3}\right)^2 &= \left(\frac{9a}{3}\right) - 2\cdot\frac{9a}{3}\cdot\frac{c}{3} + \left(\frac{c}{3}\right)^2 = \left(\frac{9a}{3}\right)^2 - 2ac + \left(\frac{c}{3}\right)^2\end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$\Rightarrow \left(\frac{9a+c}{3}\right)^2 = \left(\frac{9a-c}{3}\right)^2 + 4ac$

Т.к. $\left(\frac{9a+c}{3}\right)^2 \geq 0$, то $\left(\frac{9a-c}{3}\right)^2 + 4ac \geq 4ac$, следовательно

$b^2 > \left(\frac{9a+c}{3}\right)^2 = \left(\frac{9a-c}{3}\right)^2 + 4ac \geq 4ac$

Отсюда $b^2 > 4ac$, ч.т.д.

Задание 2

$$\begin{cases}\sin^3 x + \sin^4 y = 1 \\ \cos^3 x + \cos^5 y = 1\end{cases}$$

$\sin^3 x + \sin^4 y + \cos^3 x + \cos^5 y = 2$

$\sin^3 x + \sin^4 y + \cos^3 x + \cos^5 y = \sin^2 x + \cos^2 x + \sin^2 y + \cos^2 y$

$\sin^3 x + \sin^4 y + \cos^3 x + \cos^5 y \ (\sin^4 y - \sin^2 y) + (\cos^3 x - \cos^2 x) + (\cos^5 y - \cos^2 y) = 0$

$(\sin^3 x - \sin^2 x) + (\sin^4 y - \sin^2 y) + (\cos^3 x - \cos^2 x) + (\cos^5 y - \cos^2 y) = 0$

$\sin^2 x(\sin x - 1) + \sin^2 y(\sin^2 y - 1) + \cos^2 x(\cos x - 1) + \cos^2 y(\cos^3 y - 1) = 0$

Каждое из произведений меньше или равно нулю:

$\sin^2 x(\sin x - 1) \leq 0$	$\sin^2 y(\sin^2 y - 1) \leq 0$	$\cos^2 x(\cos x - 1) \leq 0$	$\cos^2 y(\cos^3 y - 1) \leq 0$
$\sin^2 x \geq 0 \quad \sin x \leq 1$	$\sin^2 y \geq 0 \quad -\cos^2 y \leq 0$	$\cos^2 x \geq 0 \quad \cos x \leq 1$	$\cos^2 y \geq 0 \quad \cos^3 y \leq 1$

Чтобы сумма равнялась нулю, каждое слагаемое должно равняться нулю:

$$\begin{cases}\sin^2 x(\sin x - 1) = 0 \\ \sin^2 y(\sin^2 y - 1) = 0 \\ \cos^2 x(\cos x - 1) = 0 \\ \cos^2 y(\cos^3 y - 1) = 0\end{cases}$$