



Многопрофильная  
инженерная олимпиада  
«Звезда»

шифр 51-08-6

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	12	12	23	3	6	15	15	10	(75)

Вариант 2

№1 Дано:

$$x; y; z; v \in \mathbb{N}$$

$$x = n$$

$$y = n + 1$$

$$z = n + 2$$

$$v = n + 3$$

; числа разделим на 2 группы по два числа.

несколько возможных вариантов:

$$1. x \cdot y + 2021 = z \cdot v$$

$$2. x \cdot z + 2021 = v \cdot y$$

$$3. x \cdot v + 2021 = y \cdot z$$

Найти:  $x; y; z; v$

Решение:

Рассмотрим все случаи:

$$1) x \cdot y + 2021 = z \cdot v$$

$$n(n+1) + 2021 = (n+2)(n+3)$$

$$n^2 + n + 2021 = n^2 + 5n + 6$$

$$2015 = n^2 - n^2 + 5n - n$$

$$2015 = 4n$$

$$n = 503,75 \text{ — не удовл. условие}$$

$$2) x \cdot z + 2021 = v \cdot y$$

$$n(n+2) + 2021 = (n+1)(n+3)$$

$$n^2 + 2n + 2021 = n^2 + 4n + 3$$

$$2018 = 2n$$

$$n = 1009 \text{ — удов. условие}$$

Тогда

$$x = 1009$$

$$y = 1010$$

$$z = 1011$$

$$v = 1012$$

$$3) x \cdot v + 2021 = y \cdot z$$

$$n(n+3) + 2021 = (n+1)(n+2)$$

$$n^2 + 3n + 2021 = n^2 + 3n + 2$$

$$2019 = 0n$$

∅

Ответ: 1009; 1010; 1011; 1012





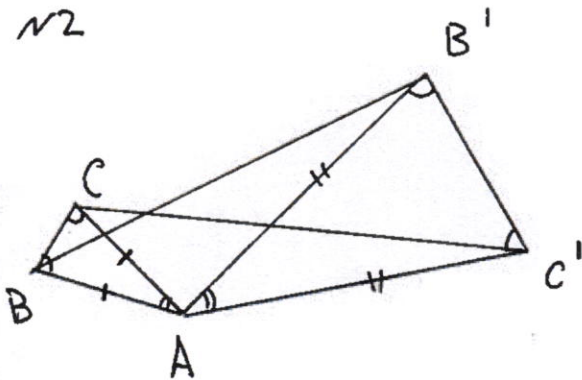
Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

шифр 51-08-6

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 2

№2



Дано:  $\triangle ABC, \triangle AB'C'$  — равноб.  
 $AB = AC = 41, BC = 30, AB' = AC' = 287$   
 $B'C' = 210, \angle CBA = \angle BCA, \angle AB'C' = \angle AC'B'$   
 Доказать:  $BB' = C'C$   
 Доказательство:



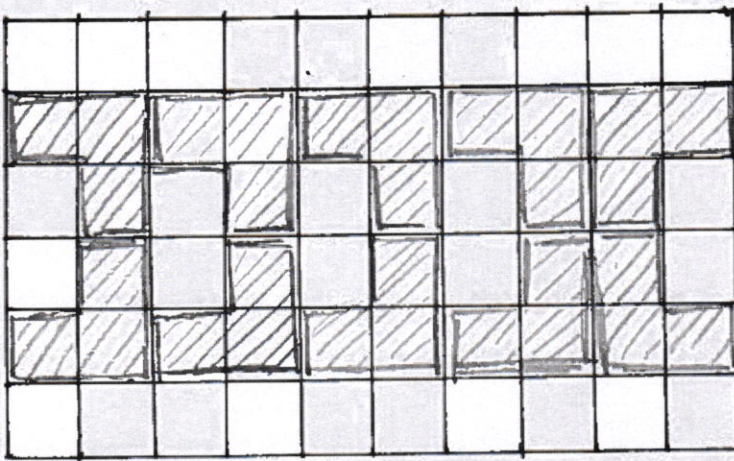
1) Рассм.  $\triangle ABC$  и  $\triangle AB'C'$ . Так как  $\frac{B'C'}{BC} = \frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC} = 7$ ,  
 то  $\triangle ABC \sim \triangle AB'C'$  — по трем подобным сторонам.

Тогда  $\angle BAC = \angle B'AC', \angle CBA = \angle BCA = \angle AB'C' = \angle AC'B'$ .

2) Рассм.  $\triangle ACC'$  и  $\triangle ABB'$ .  $\angle BAB' = \angle BAC + \angle CAB', \angle CAC' = \angle CAB' + \angle B'AC'$   
 Тогда  $\angle BAB' = \angle CAC', AB = AC, AB' = AC'$ . Тогда  $\triangle ACC' = \triangle ABB'$  —  
 по двум сторонам и углу между ними. Тогда  $CC' = BB'$

что и требовалось доказать

№4 Дано:



поле  $6 \times 10$

Найти: наименьшее кол-во улоков из трех клеток, которое можно поместить в поле.

Решение:

(на рисунке представлено наименьшее кол-во)

1) на поле 60 клеток, а

значит наименьшее число заштрихованных клеток — 30 (половина)

2)  $30 : 3 = 10$

3) Чтобы добиться этого нужно, чтобы свободная клетка касалась каждой свободной клетка соприкасалась с так 2-мя клетками либо по горизонтали



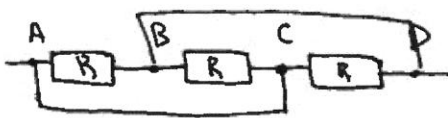
Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

шифр 51-08-6

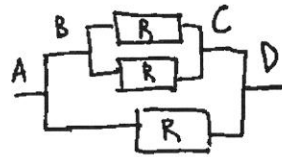
Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 2

№ 2  $\Delta R = 40 \text{ Ом}$



$\Rightarrow$



$$R_{\text{экв}} = \frac{R}{2} \text{ (уч. BC)}$$

$$R_{\text{экв}} = \frac{R \cdot R}{2(\frac{1}{2}R + R)} = \frac{R^2 \cdot 2}{2 \cdot 3R} = \frac{R}{3}$$

вначале:

$$R_{\text{экв}} = 3R - \text{т.к. согл. посл.}$$

затем:

$$R_{\text{экв}} = \frac{R}{3}$$

$R_{\text{вначале}} \rightarrow R_{\text{затем}}$ , поэтому

$$R_{\text{экв}} + 40 = R$$

$$3R = \frac{R}{3} + 40$$

$$40 = 3R - \frac{R}{3}$$

$$40 = \frac{9R - R}{3}$$

$$120 = 8R$$

$$R = 15 \text{ Ом}$$

Ответ:  $R = 15 \text{ Ом}$

№ 3 Дано:

$$a \in \mathbb{N}$$

Найти (доказать):  $a^2 + 64 + 16a$

Решение:

Согласно услов. задачи

$a^2 + 16a + 64 = (a+8)^2$  — не может получиться число, в десятичной записи которого оказались только нули и 2022 единицы, т.к. для того, чтобы число с нулями в составе при возведении в квадрат необходимо возводить числа кратные 10. Также не существует числа, у которого 2022 единицы при возведении в квадрат.

Ответ: ошибка





Многопрофильная  
инженерная олимпиада  
«Звезда»

шифр 51-08-6

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 2

№ 6

$v_{cp} = ?$   
 $t_0 = 17c$  по графику видно, что за 17c ~~время~~ <sup>только</sup> координата движущегося тела изменилась на 70 м.

$$v_{cp} = \frac{\Delta x}{\Delta t} ; v_{cp} = \frac{70m}{17c} = 4,1 \frac{m}{c} \approx 4 \frac{m}{c}$$

такая же скорость наблюдается на ~~35c~~ <sup>35c</sup>, т.к.

$$v_{cp} = \frac{S}{t} ; S = 70m + S'$$

$$t = 28c + t'$$

скорость на 4 участке:  $v = \frac{30m}{3c} = 10 \frac{m}{c}$ , тогда

$$S' = 10 \frac{m}{c} \cdot t'$$

$$v_{cp} = \frac{70m + 10 \frac{m}{c} t'}{28c + t'} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} 6t' = 42 \\ t' = 7 \end{cases} \Rightarrow t = t' + 28c = 35c$$

Ответ:  $v_{cp} = 4 \frac{m}{c}$ ;  $t = 35c$

№ 5

1) по графику видно, что при мощности  $N$  вода в стакане нагревается до  $30^\circ C$ , 2) скорость нагрева воды увеличивается до  $17,5^\circ C$ , а затем уменьшается к  $0^\circ C$ , это значит, что  $t_{ср}$  <sup>среды</sup>  $= 17,5^\circ C$ .

$$V = \frac{\Delta t}{t}$$

2) по формуле  $Q = cm\Delta t$ ,  $N = \frac{Q}{t} \Rightarrow N = \frac{cm\Delta t}{t} = cm \cdot V$   
Тогда можно сделать вывод, что мощность <sup>т</sup> пропорциональна скорости нагрева.

3)  $100 : 30 = 3 \frac{1}{3}$ ; пропорция:  $\frac{2}{233\%} = \frac{100\%}{x} \Rightarrow x = 333\%$ ;  $n = 333 - 100 = 233\%$

Ответ:  $t = 17,5^\circ C$   $n = 233\%$  (если считать нач. мощн. за 100%)



Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

шифр 51-08-8

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 2

№7  
+ - ?

$$t_1 = 40^\circ\text{C}$$

$$t_2 = 60^\circ\text{C}$$

$$\rho_B = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$\rho_M = 900 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$c_B = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot^\circ\text{C}}$$

$$c_M = 2100 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot^\circ\text{C}}$$

задача о теплообмене калориметров и жидкостей.

1-й случай (масло);  $Q = c m \Delta t$

можно допустить, что температура калориметра меньше, чем температура масла, тогда

• масло отдает кол-во теплоты

$$Q_M = c_M m_M \Delta t_M$$

$$m_M = \rho_M V; \Delta t_M = 40 - t_{\text{конечн1}}$$

• калориметр получает кол-во теплоты

$$Q_K = c_K m_K \Delta t_K$$

$$\Delta t_K = t_{\text{конечн1}} - t$$

по закону сохранения эн, без учета потерь

• по условию  $\Delta t_M = \Delta t_K$

$$Q_M = Q_K$$

$$c_M \rho_M V \Delta t_M = c_K m_K \Delta t_K$$

$$1) c_M \rho_M V = c_K m_K$$

$$2) 40 - t_{\text{конечн1}} = t_{\text{конечн1}} - t$$

2-й случай (масло  $\frac{1}{10}$  и вода  $\frac{9}{10}$ ): т.к. начальная температура воды и масла разная, по условию их конечная температура равна (тепловое равновесие), их изменение температур одинаковое, то

• вода с большей температурой отдает тепло

• масло с меньшей темп. полуц. тепло

$$Q_B = c_B m_B \Delta t_B$$

$$m_B = \rho_B \frac{9}{10} V$$

$$\Delta t_B = t_2 - t_{\text{конечн2}}$$

$$\Delta t_B = \Delta t_M \text{ по условию}$$

$$Q_M = c_M m_M \Delta t_M$$

$$m_M = \rho_M \frac{1}{10} V$$

$$\Delta t_M = t_{\text{конечн2}} - t_1$$

$$Q_B = c_B \rho_B \frac{9}{10} V \Delta t_B$$

$$Q_M = c_M \rho_M \frac{1}{10} V \Delta t_B$$

см. след. лист  $\rightarrow$



Многопрофильная  
инженерная олимпиада  
«Звезда»

шифр 51-08-6

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 2

17 (продолжение)

Выводы по 2-ому случаю

$$1) t_2 - t_{\text{конечн}2} = t_{\text{конечн}2} - t_1$$

$$t_2 + t_1 = 2t_{\text{конечн}2}$$

$$t_{\text{конечн}2} = \frac{t_2 + t_1}{2}$$

$$t_{\text{конечн}2} = 50^\circ\text{C}, \Delta t_{\text{в}} = \Delta t_{\text{м}} = 10^\circ\text{C}$$

$$2) Q_{\text{в}} = 4200 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^3}{\text{кг} \cdot \text{с}^2} \cdot 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot \frac{9}{10} \cdot V \cdot 10^\circ\text{C} =$$
$$= 37800000 V \text{ Дж}$$

$$3) Q_{\text{м}} = 2100 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^3}{\text{кг} \cdot \text{с}^2} \cdot 900 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot \frac{1}{10} \cdot V \cdot 10^\circ\text{C} =$$
$$= 1890000 V \text{ Дж}$$

4) Т.к.  $Q_{\text{в}} > Q_{\text{м}}$ , то по 3. сохр. эн. calor. так же, как и  
масло получит тепло, отданное водой

$$Q_{\text{к}} = [c_{\text{к}} m_{\text{к}}] \Delta t_{\text{к}} \quad \Rightarrow \quad Q_{\text{к}} = c_{\text{м}} \rho_{\text{м}} V (t_{\text{конечн}} - t)$$
$$\Delta t_{\text{к}} = t_{\text{конечн}2} - t \quad Q_{\text{к}} = 2100 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^3}{\text{кг} \cdot \text{с}^2} \cdot 900 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot V (50^\circ\text{C} - t) = 1890000 V (50^\circ\text{C} - t)$$

по 3. сохр. эн, без уч. потерь

$$Q_{\text{м}} + Q_{\text{к}} = Q_{\text{в}}$$

$$Q_{\text{к}} = Q_{\text{в}} - Q_{\text{м}}$$

$$1890000 V (50^\circ\text{C} - t) = 37800000 V - 1890000 V$$

$$50^\circ\text{C} - t = \frac{37800000 - 18900000}{1890000}$$

$$50^\circ\text{C} - t = 19$$

$$t = 31^\circ\text{C}$$

Ответ:  $t = 31^\circ\text{C}$