



Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

шифр ЭН-14-11-08

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	10	13	—	14	10	2	10	15	74

Вариант 1 без изменений

1. $2b > ca + c > 0 \Leftrightarrow b > \frac{ca}{2} + \frac{c}{2} > 0 \Leftrightarrow b^2 > (\frac{ca}{2} + \frac{c}{2})^2 = \frac{c^2 a^2}{4} + \frac{ca^2}{2} + \frac{c^2}{4} > 0$

Нужно доказать, что

Если $\frac{ca^2}{4} + \frac{c^2}{4} + \frac{ca^2}{2}$ окажется больше ca^2 , то и b^2 будет больше ca^2 .

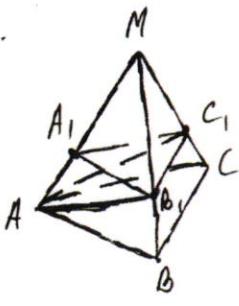
$$\frac{ca^2}{4} + \frac{ca^2}{2} + \frac{c^2}{4} - ca^2 > 0$$

$$\frac{ca^2}{4} - \frac{ca^2}{2} + \frac{c^2}{4} = (\frac{ca}{2} - \frac{c}{2})^2 > 0$$

100

т.к. в квадрате любого числа больше нуля, но $ca^2 + \frac{c^2}{4} + \frac{ca^2}{2}$ меньше ca^2 , то b^2 больше ca^2 , з.т.п.

3. заменим, что:



$$\frac{V_{MABC}}{V_{MA_1B_1C_1}} = \frac{324}{96} = (\frac{3}{2})^3$$

это значит, что стороны ребра отсеченной пирамиды в 1,5 раза меньше ребер большой пирамиды. высота пирамиды $MA_1B_1C_1$ в 1,5 раза меньше высоты пирамиды $MABC$, т.е. высота пирамиды $AA_1B_1C_1$ в 3 раза меньше высоты пирамиды $MABC$. к тому же площадь треугольника $A_1B_1C_1$ в $1,5^2 = 2,25$ раз.

Объем пирамиды $MABC$ равен:

$$V_{MABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot h_{MABC}$$

Объем пирамиды $AA_1B_1C_1$ равен:

$$V_{AA_1B_1C_1} = \frac{1}{3} S_{A_1B_1C_1} \cdot h_{AA_1B_1C_1} = \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{9} S_{ABC} \cdot \frac{1}{3} h_{MABC} = \frac{4}{27} S_{ABC} \cdot \frac{1}{3} h_{MABC} = \frac{4}{27} V_{MABC}$$

Заменим, что $V_{MA_1B_1C_1} = V_{MABC} + V_{AA_1B_1C_1} = 96 + \frac{4}{27} \cdot 324 = 144$.



135

ответ: 144

4. Даныи квадратный трехчлен можно записать в виде $x^2 + bx + c$, где b, c — целые коэффициенты. Дискриминант уравнения $x^2 + bx + c = 0$ равен $b^2 - 4c$. Для того, чтобы ~~был бы~~ трехчлен имел целые корни, необходимо, во-первых, чтобы корни квадратного уравнения были целыми. Пусть $b^2 - 4c = k^2$, где k — целое число. Во-вторых, пусть чтобы коэффициент b и число k имели одну и ту же четность, по скольку корни трехчлена равны $\frac{-b \pm k}{2}$. Пусть

$|b - k| = 2$. Тогда $b = k + 2$. Тогда

$4c = b^2 - k^2 = k^2 + 4k + 4 - k^2 = 4k + 4$ и $c = k + 1 = b - 1$

~~при $b = k + 2$ и $c = k + 1$ имеем $b^2 - 4c = k^2 + 4k + 4 - 4k - 4 = k^2$~~

это b по скольку c увеличивается и b уже делится на c , всегда будет такая ситуация, когда $c = b - 1$, по скольку ответ на вопрос b задан — да.

Поэтому

5. ~~Одесья имеет ускорение равно свободно падению, но между ними различия: $F_{одесья} = mg$~~

6. Пусть начальное давление сосуда — P_0 , давление в начале и в конце — P_1 и P_2 , начальное количество вещества газа в сосуде — n_1 , конечная температура — T_2 . По уравнению Менделеева — Клапейрона $P_1 V = n_1 R T_1$ и $P_2 V = n_2 R T_2$. Так как

8. Конечное количество вещества или молекулярного кислорода O_2 равно n_2 а начальное количество O_2 , которое содержится в атмосфере равно n_1 . Если же $n_1 = 2.47 \cdot 10^{23}$ молекул O_2 . То есть атмосфера или кислород занимает в $\frac{4}{3}$ больше объема, чем молекулы кислорода. Пусть конечный объем O_2 — $V_2(O_2)$, $n_2 = n_1$. Тогда, начальное давление O_2 — $P_1(O_2)$. Тогда работа $A(O_2) = P_1(V_2(O_2) - V_1(O_2)) = P_1(3 \cdot \frac{4}{3} V_1(O_2) - V_1(O_2)) = \frac{1}{2} P_1 V_1$, где P_1 — давление в сосуде. $A(O_2) = P_1 V_2(O_2) = P_1 \cdot 3 \cdot \frac{4}{3} V_1(O_2) = \frac{12}{7} P_1 V_1(O_2)$. Общее P — давление газа равно $2P_1(O_2)$. V_2 уравнение Менделеева — Клапейрона ($n = 2$ моль): $P V_2(O_2) = n R T \Rightarrow 2 P V_1(O_2) = 2 n R T = 2 \cdot 2 \cdot 8.314 \cdot 300 = 99768 \text{ Дж}$



Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

Шифр 24-14-11-08

8. Машин образом, работа равна 9,98 кДж. 150
ответ: 9,98 кДж

4. найти наименьшее количество времени, которое потребуется на преодоление силы R, по закону Джоуля-Ленца.
$$Q = \frac{U_1^2}{R} \cdot t_0 + \frac{U_2^2}{R} \cdot t_0 + \frac{U_3^2}{R} \cdot t_0 + \frac{U_4^2}{R} \cdot t_0 = \frac{100B^2}{R} \cdot t_0 + \frac{25B^2}{R} \cdot t_0 + \frac{25B^2}{R} \cdot t_0$$

$$\geq \frac{150B^2}{R} \cdot t_0$$
, где U_1, U_2, U_3, U_4 — напряжения на участках времени $0-t_0, t_0-2t_0, 2t_0-3t_0$ и $3t_0-4t_0$ соответственно

~~при этом наименьшее количество энергии~~
работа тока при постоянном напряжении U_x :
$$Q = \frac{U_x^2}{R} \cdot 4t_0 \geq \frac{150B^2}{R} \cdot t_0 \quad U_x^2 \geq \frac{150B^2}{4} \quad U_x \geq \sqrt{\frac{150}{4}} B = \frac{5\sqrt{6}}{2} B. \quad \text{150}$$

ответ: 6,03 В

5. обезьяна имеет ускорение, равно величине ускорения свободного падения, т.е. $a = g$ на нее действует сила с силой, равной ее массе $F = mg$.

по третьему закону Ньютона обезьяна развешивает на себя силу:

$F_{обезьяны} = mg$

скорость развешиваемой обезьяны через время t , равна

$v = gt$

обезьяна передает свой импульс на веревку, прикладывая ей силу $F = mv$ по закону сохранения импульса:

$mv = M\Delta v \Rightarrow a = \frac{mv}{M} = \frac{mgt}{M}$

поэтому скорость развешиваемой обезьяны, равна

$$v = F_{обезьяны} \cdot t = mgt = \frac{m^2 g^2 t}{M} = \frac{900 \text{ кг}^2 \cdot 100 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 2 \text{ с}}{100 \text{ кг}} = 2 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$



ответ: 2 м/с

100

6. размер солнечной энергии, падающей на поверхность зеркала, по сравнению с энергией солнечного излучения — энергии зеркала на стену. Изменяется ли количество энергии света.

ответ: /

25