

Многопрофильная  
инженерная олимпиада  
«Звезда»

шифр

ЭИ-55-8 22

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	12	12	12	4		10			50

Вариант \_\_\_\_\_

н 1

возьмём 4 последоват. наб. числа:

$a, a+1, a+2, a+3$ , объединим их в группы по два  
числа:

$$a(a+1) \text{ и } (a+2)(a+3)$$

Т.к. это наб. числа, то

$$(a+2)(a+3) \geq a(a+1)$$

по усл. задачи

$$(a+2)(a+3) = a(a+1) + 2022$$

$$a^2 + 2a + 3a + 6 = a^2 + a + 2022$$

$$a^2 - a^2 + 5a - a + 6 - 2022 = 0$$

$$4a - 2016 = 0, \text{ т.е.}$$

$$4a = 2016 \quad | :4$$

$$a = 504, \text{ так же образим:}$$

$$a+1 = 505$$

$$a+2 = 506$$

$$a+3 = 507$$

Проверим:

$$\begin{array}{r} 504 \\ + 505 \\ \hline 2520 \\ + 520 \\ \hline 254520 \end{array}$$

и

$$\begin{array}{r} 506 \\ + 507 \\ \hline 3542 \\ + 2530 \\ \hline 256542 \end{array}$$

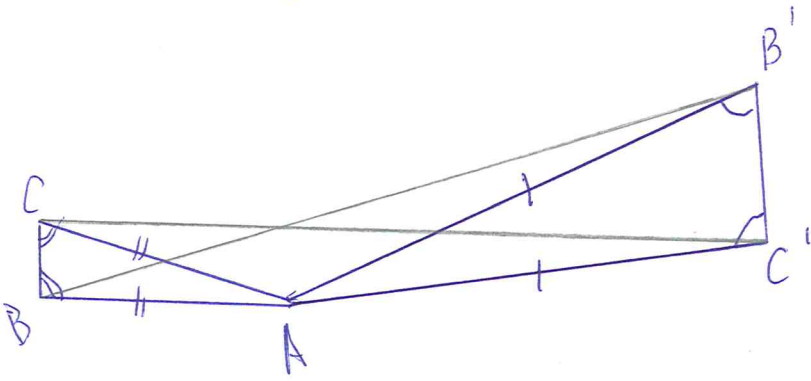
$$256542 - 254520 = 2022$$

Ответ: 504, 505, 506, 507

125

Лист 1 из 5

№2



Дано:  
 $\triangle ABC$  и  $\triangle AB'C'$  - равн  
 $AB = AC = 37$ ;  $BC = 20$   
 $AB' = AC' = 222$   
 $B'C' = 120$   
 Д-ть, что:  
 $BB' = C'C$

Д-во:

Г.к.  $AB' = AC'$ , то  $\angle AB'C' = \angle AC'B'$

Г.к.  $AC = AB$ , то  $\angle ACB = \angle ABC$

Г.к.  $222 : 37 = 120 : 20 = 6$ , то  $\triangle ABC$  и  $\triangle AB'C'$  - подобны  $\Rightarrow \angle B = \angle B' = \angle C = \angle C'$ , а г.к. они равны,

$\triangle B'AC'$

$$180^\circ - \angle B' - \angle C' = \angle B'AC' = 180^\circ - \angle B - \angle C = \angle BAC \Rightarrow$$

$$\angle B'AC' = \angle BAC \Rightarrow \angle SAC' = \angle SAB' + \angle B'AC' = \angle BAB' =$$

$$= \angle SAB' + \angle BAC \Rightarrow$$

$\angle SAC' = \angle BAB' \Rightarrow \triangle BAB' = \triangle SAC'$  (по двум сторонам и углу между ними:  $SA = BA$ ;  $AB' = SA$ ;  $\angle SAC' = \angle BAB'$ )

$\Rightarrow CC' = BB'$ ; что и треб. у-ть

№3

Г.к. в числе, которое мы получили 2022 ед., то сумма цифр будет 2022  $\Rightarrow$  число делится на 3 рассмотрим 3 варианта:

1)  $a \div 3$

2)  $a$  при дел. на 3 даёт остаток 1

3)  $a$  при дел. на 3 даёт остаток 2

120

лист 2 из 5

- 1) если  $a \equiv 0 \pmod{3}$ , т.к.  $0 \cdot 0 = 0$  - остаток
- $a^2 \div 3$ , т.к.  $0 \cdot 0 = 0$  - остаток
  - $14a \div 3$ , т.к. ост. от 14 при дел. на 3 ~~равно~~  $0 = 0$
  - $49 \div 3$ , имеет остаток 1  $\Rightarrow$

остаток  $a^2$  - остаток  $14a$  + ост.  $49 = 0 - 0 + 1 = 1 \Rightarrow$

остаток произвольного числа при дел. на 3 будет 1

2) если  $a$  при дел. на 3 имеет ост. 1, то

- $a^2 \div 3$ , т.к.  $1 \cdot 1 = 1$  - остаток
- $14a \div 3$ , т.к. ост. от 14 при дел. на 3  $= 2$ ;  $2 \cdot 1 = 2$  - ост. при дел. на 3  $14a$
- $49 \div 3$ , имеет ост. 1  $\Rightarrow$

ост.  $a^2$  - ост.  $14a$  + ост.  $49 = 1 - 2 + 1 = 0 \Rightarrow$  число будет  $\div 3$

однако произвольное число не делится на 9, т.к. сумма цифр 2022

число  $a$  при делении на 3 даёт ост. 1  $\Rightarrow$  при дел. на 9 может давать остатки: 1, 4, 7. составим таблицу значений:

значения:	возм. остатки:			
	1	4	7	
$a^2$	1	7	4	- остатки при $a^2 \div 9$
$-14a$	5	2	8	- остатки при $14a \div 9$
$49$	4	4	4	- остатки при $49 \div 9$

Тогда образом:

1)  $1 - 5 + 4 = 0$ , т.е. делится на 9

2)  $7 - 2 + 4 = 9$ , т.е. делится на 9

3)  $4 - 8 + 4 = 0$ , т.е. делится на 9  $\Rightarrow$

если  $a$  при дел. на 3 имеет ост. 1, то нет ошибки

3) если  $a$  при дел. на 3 имеет ост. 2, то

-  $a^2 \div 3$ , т.к.  $2 \cdot 2 = 4$ ;  $4 - 3 = 1$  - остаток

-  $14a \div 3$ , т.к.  $2 \cdot 2 = 4$ ;  $4 - 3 = 1$  - остаток

-  $49 \div 3$ , имеет ост. 1

ост.  $a^2$  - ост.  $14a$  + ост.  $49 = 1 - 1 + 1 = 1 \Rightarrow$  произв. число  $\nmid 3$ .

Нет в таблице другой ошибки.

120



№ 4

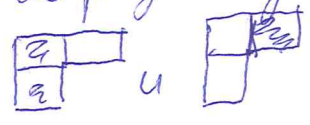
Ответ: 9 углов

Раскрасим прямоугольник в верт. раскраску 2 цветов:

1	2	1	2	1	2
2	1	2	1	2	1
1	2	1	2	1	2
2	1	2	1	2	1
1	2	1	2	1	2
2	1	2	1	2	1

рис. 1

Такими образом углы могут быть:



Значит наша задача, чтобы ост. клетки (не входящие в углы) не соприкасались двумя цветами <sup>вертик.</sup>

Значит можно <sup>вертик.</sup> поделить ~~столбцы~~ ~~на 2 и 3~~

~~угла~~ разн. цветов:

- 1) поставим 3 угла в 7 колонке так, чтобы в них была вся 7 колонка (см. рис. 1)
- 2) далее чтобы, 4 и 5 колонки св. клеток не соприк. расположим углы след. образом (см. рис. 1) так чтобы не допустить соприк. 4, 5 и 6 колонок св. клеток
- 3) и, наконец, расставим наст. Тройку так, чтобы 3 колонка не соприк. с др. св. кл. (см. рис. 1)

48

Лист 4 из 5

(6)

по графику мы можем заметить  
что  $v = \frac{70\text{м}}{28\text{с}} = 2,5 \text{ м/с}$

такая же скорость была

100

в радиусе от 17 сек до 28 сек

это можно заметить по графику

~~т.к. пришла~~

5 из 5