шифр 61/2-07-14

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	12	12	13	0	0	10	–	15	62

Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

Вариант 1

N 6

Обозначим скорость эскалатора за v, а длину спуска за S. Тогда время спуска в I случае будет равно $t_1 = \frac{S}{v}$, а во II – $t_2 = \frac{S}{v+2}$.

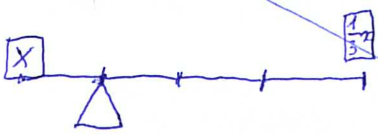
Мы знаем, что $t_1 = 3t_2$ $\quad \frac{S}{v} = 3\frac{S}{v+2}$

Тогда $\frac{S}{v} = \frac{3S}{v+2}$. Если в правой части выражения числитель в 3 раза больше, чем в левой, то и знаменатель в правой части должен быть в 3 раза больше, чем в левой. $3v = v+2 \quad 2v = 2 \quad v = 1$ (м/с)

Ответ: $v = 1$ м/с. +

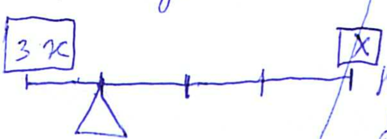
N 7

Обозначим массу груза за x. Чтобы уравновесить груз, лежащий на коротком ~~пл~~ плече весов:



нужно положить на другую чашу весов груз массой в 3 раза меньше – $\frac{1}{3}x$.

Чтобы уравновесить груз, лежащий на длинном плече весов:



нужно положить на другую чашу весов груз массой в 3 раза больше – $3x$.

Так, как $3x > \frac{1}{3}x$, то $3x$

1

№3

~~Заметим, что число состоящее из нулей и 2022 единиц делится на 3 (так как сумма цифр будет равна 2022, а 2022 ⋮ 3)~~

~~Число~~

№1

Среди выброшеных Петей грибов могут быть либо 1, либо 2, либо 3 белых гриба. ~~Длях~~ Для каждого случая составляется уравнение

$0,5x-1=0,48(x-3)$

$0,5x-2=0,48(x-3)$

$0,5x-2=0,48(x-3)$, где x – это количество всех грибов.

Мы знаем, что $0,48(x-3)$ должно быть целым числом (так, как это количество белых грибов в конце) $0,48=\frac{12}{25}$, значит $12(x-3)$ должно делиться на 25. 25 – это 5^2, значит, что $(x-3) \vdots 25$ (так, как 12 не делится на 5). Тогда $(x-3)=25$, или $(x-3)=50$, или $(x-3)=75$. Тогда $x=28$ или $x=53$. Но $x=53$ не подходит, так как x должно быть чётным (половина собранных грибов – белые). Тогда изначально было 14 белых грибов, а выбросили 2. $\frac{12}{25}=0,48$ $(14-2=12,\ 28-3=25)$

Ответ: петя собрал 28 грибов, а после того, как он выбросил 3 у него осталось 25 грибов.

№4

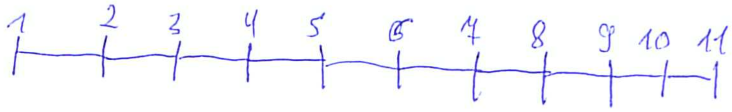
Ответ: нельзя.

Решение: рассмотрим суммы чисел $1+2+3+4+5$, $6+7+8+9+10 \ldots 2016+2017+2018+2019+2020$ (здесь числами обозначены номера чисел от 1 до 2022). Все эти суммы положительны. А сумма всех чисел должна быть отрицательна. Значит, что ~~сумма~~ модуль суммы последних двух чисел ~~<~~ >, чем модуль всех полученных сумм ~~остальных чисел~~, а сама сумма двух последних цифр – отрицательна.

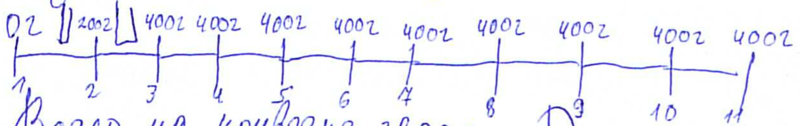
Тогда ~~$|1+2+3+\ldots+2019+2020|<$~~ $|1+2+3+4+5|+\ldots+|2016+2017+2018+2019+2020|<|2021+2022|$ и $2021+2022<0$. Но тогда получается противоречие, так как $2018+2019+2020+2021+2022$ – отрицательно (так, как $|2021+2022|>2018+2019+2020$ и $2021+2022<0$)

№5

Так как длина конвеера – 10 м, то на нём максимально одновременно могут находиться 11 деталей:



Это и будет тот момент когда на конвеере самая большая масса
Разберём сколько грузов на каких деталях:

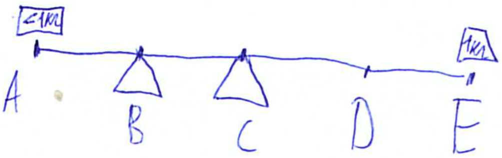


Всего на конвеере 3800г. Докажем, почему на конвеере не может быть массы больше. После того, как 11 деталь покидает конвеер от массы отнимается 400г, и эти 400г восполняются только тогда, когда 1 и 2 ~~не~~ детали подъезжают под манипулятор. Потом всё повторяется заново.
И минимальная скорость конвеера будет равна ~~(3800:200·0,1)~~ $10-(3800:200\cdot 0{,}1)=10-1{,}9=$
$=8{,}1$ м/с

Ответ: 8,1 м/с

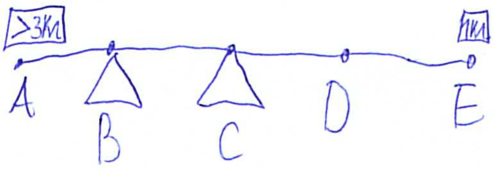
N 8

Если груз будет массой <1кг, то правый груз перевесит за счёт правой опоры:



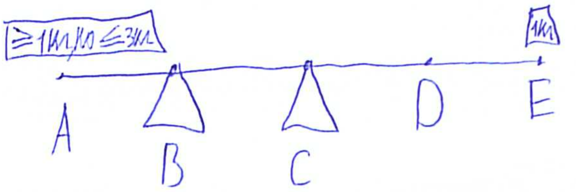
(так как $AC=CE$)

Если груз будет массой >3кг, то левый груз перевесит за счёт левой опоры:



(так как $BE=3AB$)

А если груз будет массой ≥ 1кг, но ≤ 3кг, то:



левый груз не перевесит правый (так, как $m_л \leq 3m_п$)
и правый груз не перевесит левый (так, как $m_п \leq m_л$)
$m_л$ – масса левого груза
$m_п$ – масса правого груза

Ответ: $1кг \leq m_л \leq 3кг$

N 2

Оценка: 150 и 99 делятся на 3, а 250 даёт остаток 1 при делении на 3. Так, как 150 и 99 делятся на 3, то этот остаток 1 всегда будет сохраняться. Значит минимальное возможное количество воды, которое может остаться в бассейне равно 1м³.

Пример: оставить один $м^3$ воды в бассейне можно таким способом: разница между 150 и 99 = 150 − 99 = 51 $м^3$ (51 $м^3$ это количество $м^3$ которое откачивается из бассейна после повторения действия „вылить", „залить") 250 даёт остаток 46 при делении на 51. После прибавления 99 $м^3$ 250 + 99 = 349 349 : 51 = 6 (ост 43) остаток уменьшается на 3 по сравнению с предыдущим. Прибавив к 250 $м^3$ 15 раз по 99 $м^3$ остаток становится равным 1. И теперь повторим действий „вылить", „залить" мы получим в бассейне 1 $м^3$.

+

Ответ: ошибся

N 3

Число делится на 3 если сумма его цифр делится на 3. Число получившееся у Пети имеет сумму цифр 2022. 2022 ⋮ 3. Значит число полученное петей делится на 3 а по выражению $a^2+49 \cancel{=} 14a$ число делиться на 3 не может.

+