шифр 78-11-05

| Задание | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | Всего |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Баллы | 10 | 0 | 13 | 0 | 6 | 15 | 9 | 10 | 63 |

Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

**Вариант 1**

## Задача 1

Дано: $2b > 4a + c > 0$

Доказать: $b^2 > 4ac$

Доказательство:

$\left.\begin{array}{l} 2b > 0 \\ 4a + c > 0 \end{array}\right\} \Rightarrow 2b > 4a + c$ можно возвести в квадрат левую и правую части

$$4b^2 > 16a^2 + 8ac + c^2$$

$$4b^2 - 8ac > 16a^2 + c^2 \quad | : 4$$

$$b^2 - 2ac > 4a^2 + \frac{c^2}{4} \quad | - 2ac$$

$$b^2 - 4ac > 4a^2 - 2ac + \frac{c^2}{4}$$

$$\left.\begin{array}{l} b^2 - 4ac > \left(2a - \frac{c}{2}\right)^2 \\ \left(2a - \frac{c}{2}\right)^2 \geq 0 \end{array}\right\} \Rightarrow b^2 - 4ac > 0$$

$b^2 > 4ac$ чтд.

10

## Задача 4

$x^2 + bx + c$

$x^2 + 20x + 22$

За каждое действие второй коэффициент или свободный член увеличивается или уменьшается на 1, причём количество действий не установлено. В таком случае числа b и c могут принять любые целочисленные значения, например $b = 3$ ; $c = 2$

$x^2 + 3x + 2 = 0$

$\left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = -2 \end{array}\right.$ $-1; -2$ - целые корни.

0

Но даже если предположить, что трёхчлен $x^2 + 20x + 22$ должен превратиться в $x^2 + 202x + 2$ за наименьшее кол-во действий (b всегда увеличивается, c всегда уменьшается), то всё равно может образоваться трёхчлен с целыми корнями, например, если значение b будет равно 23, а c останется прежним.

Продолжение см. на обороте

$x^2 + 23x + 22 = 0$

$\left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = -22 \end{array}\right.$ $\qquad -1; -22$ - целые корни

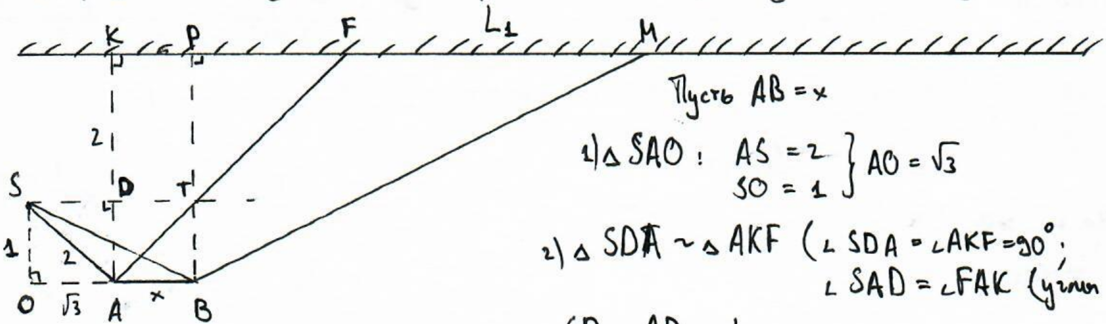
Таким образом, в любом случае среди полученных в процессе трёхчленов найдётся трёхчлен с целыми корнями.

## Задача 6

Дано: $H = 2$ м
$h = 1$ м
$SA = 2h = 2$ м
$\upsilon = 2$ м/с
$t = 5$ с

$\frac{L_1}{L_2} = ?$

Изобразим систему в момент времени $t = 0$, подпишем известные величины



Пусть $AB = x$

1) $\triangle SAO$: $\left.\begin{array}{l} AS = 2 \\ SO = 1 \end{array}\right\} AO = \sqrt{3}$

2) $\triangle SDA \sim \triangle AKF$ ($\angle SDA = \angle AKF = 90°$; $\angle SAD = \angle FAK$ (углы падения и отражения)

$\frac{SD}{KF} = \frac{AD}{AK} = \frac{1}{3}$

$KF = 3SD = 3\sqrt{3}$

3) Аналогично, $\triangle STB \sim \triangle MPB$

$\frac{ST}{PM} = \frac{TB}{BP} = \frac{1}{3}$

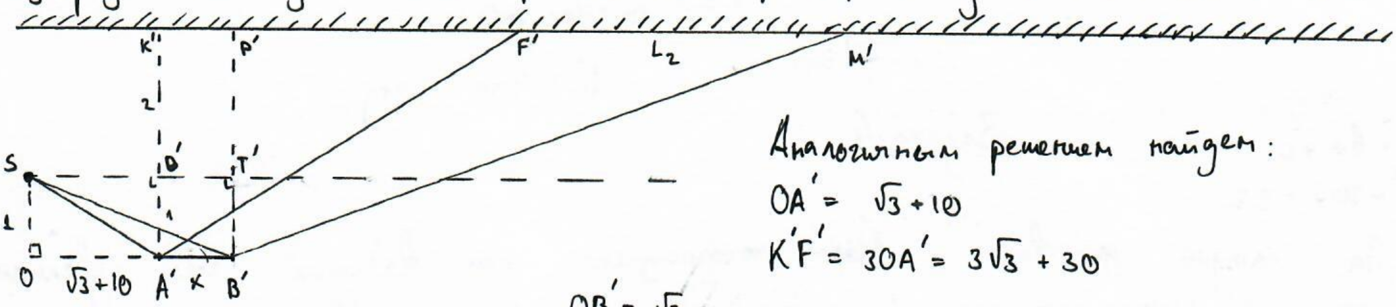
$PM = 3ST = 3OB = 3\sqrt{3} + 3x$

4) $L_1 = FM = PM + KP - KF = 3\sqrt{3} + 3x + x - 3\sqrt{3} = 4x$

$L_1 = 4x$

15.

5 Изобразим систему в момент времени $t = 5$, : зеркало сдвинется на $S = \upsilon t = 10$ м



Аналогичным решением найдем:

$OA' = \sqrt{3} + 10$

$K'F' = 3OA' = 3\sqrt{3} + 30$

$OB' = \sqrt{3} + 10 + x$

$P'M' = 3OB' = 3\sqrt{3} + 30 + 3x$

$K'P' = x$

$L_2 = F'M' = P'M' + K'P' - K'F' = 3\sqrt{3} + 30 + 3x + x - 3\sqrt{3} - 30 = 4x$

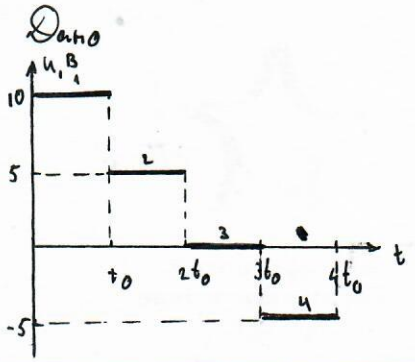
$L_2 = 4x$

6) $\frac{L_1}{L_2} = \frac{4x}{4x} = 1 \Rightarrow$ размеры зайчика не изменились

Ответ: $\frac{L_1}{L_2} = 1$, размеры зайчика не изменились.

Задача 7

Дано




Найти : $U_g$

Решение :

$$?\begin{cases} P = P_g \\ P t = P_g t \end{cases} ? \qquad P = UI = \frac{U^2}{R}$$

$$Q = Q_g$$

$$Q_g = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4$$

$$\frac{U_g^2 4t_0}{R} = \frac{U_1^2 t_0}{R} + \frac{U_2^2 t_0}{R} + \frac{U_3^2 t_0}{R} + \frac{U_4^2 t_0}{R} \quad \Big| \cdot \frac{R}{t_0} \checkmark$$

9б

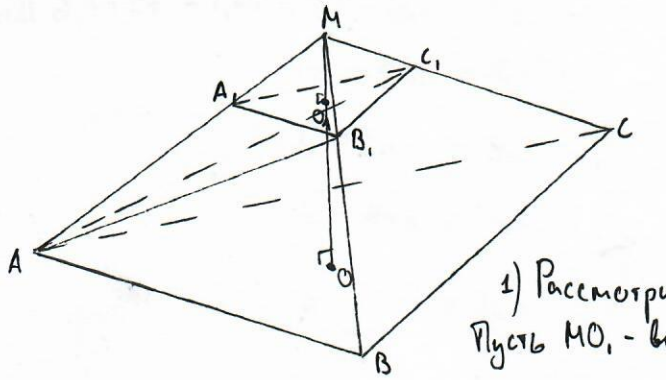
$$4U_g^2 = U_1^2 + U_2^2 + U_3^2 + U_4^2$$

$$U_g = \frac{\sqrt{U_1^2 + U_2^2 + U_3^2 + U_4^2}}{2} = \frac{\sqrt{100 + 25 + 25}}{2} = \frac{\sqrt{150}}{2} = \frac{5\sqrt{6}}{2}\ \text{В} \checkmark$$

ия))

Ответ: $U_g = \frac{5\sqrt{6}}{2}$ В ?

Задача 3




Дано: MABC

$(A_1B_1C_1) \parallel (ABC)$

$V_{MABC} = 324$ ед$^3$

$V_{MA_1B_1C_1} = 96$ ед$^3$

Найти: $V_{MAB_1C_1}$

1) Рассмотрим $MAB_1C_1$

Пусть $MO_1$ - высота , $S_{A_1B_1C_1} = S_0$ , $MO_1 = h$

$S_{ABC} = S$ , $MO = H$

$$V_{MAB_1C_1} = V_{MA_1B_1C_1} + V_{AA_1B_1C_1} = \frac{1}{3}S_0 h + \frac{1}{3}S_0(H-h) = \frac{1}{3}S_0 H$$

13

2) $\frac{V_{ABC}}{V_{A_1B_1C_1}} = \frac{\frac{1}{3}SH}{\frac{1}{3}S_0 h} = \frac{SH}{S_0 h} = \frac{324}{96} = \frac{27}{8} = k^3$ (пирамиды подобны:

$S = k^2 S_0$ ; $H = kh$ (из подобия $\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$, $\triangle MOC$ и $MO_1C_1$))

$$k = \sqrt[3]{\frac{27}{8}} = \frac{3}{2}$$

$$H = \frac{3h}{2}$$

$$V_{MAB_1C_1} = \frac{1}{3}S_0 H = \frac{S_0}{3} \cdot \frac{3h}{2} = \frac{1}{3}S_0 h \cdot \frac{3}{2} = V_{MA_1B_1C_1} \cdot \frac{3}{2} = 96 \cdot 1{,}5 = 144\ \text{ед}^3$$

Ответ: $V_{MAB_1C_1} = 144$ ед$^3$

Задача 5

6б

Дано:

$M = 5$ кг

$m = 30$ кг

$H = const$

$t = 2$ с

$N = ?$

$g = 10\ \frac{м}{с^2}$

II з. Ньютона:

$F_{об} = mg$ 2

$F_{об} = \frac{\Delta p_в}{\Delta t} = \frac{MV}{t}$ 2 , где V - скорость верёвки.

$$S = \frac{at^2}{2}$$

$$\frac{MV}{t} = mg \Rightarrow V = \frac{mgt}{M} \quad |\times t \quad 2$$

$$- \quad S = Vt = \frac{mgt^2}{M} \quad - \quad ?$$

Продолжение см. на обороте

$|A| = |F_{од} S| = |mgS| = \frac{m^2 g^2 t^2}{M}$

$N = A' = \frac{A}{\Delta t} = \frac{m^2 g^2 t}{M} = \frac{30^2 \cdot 10^2 \cdot 2}{5} = 900 \cdot 20 \cdot 2 = 36000$ Вт $= 36$ кВт

Ответ: 36 кВт

$N = F \cdot \upsilon$

Задача 8

Дано: $\nu = 2$ моль ($O_2$)
$p = const$
$T_1 = 300 K$
$V_1 = 3V$
$\Delta N_{0} = 0{,}4N \cdot 2$

$A = ?$

Ур-е Менделеева-Клапейрона:

$$\begin{cases} pV = \nu R T_1 \\ p3V = 1{,}4\nu R T_2 \end{cases}$$

$\nu = \frac{N}{N_A}$ $\quad \nu_1 = \frac{0{,}4 \cdot 2N + 0{,}6N}{N_A} = 1{,}4\frac{N}{N_A} = [redacted] 1{,}4\nu$

5

$\frac{1}{3} = \frac{T_1}{1{,}4T_2}$

$T_2 = \frac{3T_1}{1{,}4}$

5

10 б

Т.к. происходит изобарное нагревание: $A = p\Delta V = 1{,}4\nu R \Delta T$

$A = 1{,}4 \cdot 2 \cdot 8{,}31 \cdot \left(\frac{15 \cdot 300}{7} - 300\right) = \frac{1{,}4 \cdot 2 \cdot 8{,}31 \cdot 300 \cdot 8}{7} = 4 \cdot 8 \cdot 3 \cdot 83{,}1 = 7977{,}6$ Дж

Ответ: 7977,6 Дж.