Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

шифр 1067-11-05

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	10	8	12	1	10	15	10	10	76

Вариант 1

№1

$2b > 4a + c > 0$ => разделим на два => $b > 2a + \frac{c}{2} > 0$ =>
возведём в квадрат => $b^2 > 4a^2 + 2ac + \frac{c^2}{4}$

Из теоремы о среднем: $\frac{2a + \frac{c}{2}}{2} \geq \sqrt{\frac{a \cdot c}{2}} \geq 0$ =>

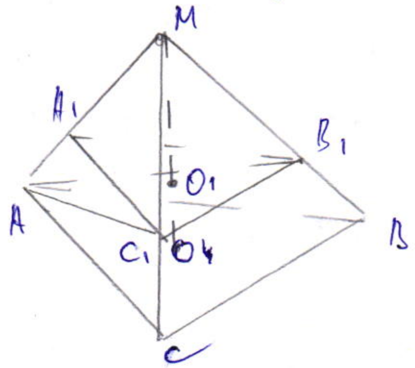
возв. в кв.: $\frac{4a^2 + 2ac + \frac{c^2}{4}}{4} \geq \frac{a \cdot c}{2}$ => $4a^2 + \frac{c^2}{4} + 2ac \geq 4ac$ =>

$4a^2 + \frac{c^2}{4} \geq 2ac$ => $b^2 > 4a^2 + \frac{c^2}{4} + 2ac \geq 4ac$ – доказано

+

№3

$MABC$ – пирамида,
$(A_1B_1C_1) \parallel (ABC)$
$V_{MABC} = 324$, $V_{MA_1B_1C_1} = 96$
Найти: $V_{MAB_1C_1}$ – ?



Решение:
1. Пирамиды $(A_1B_1C_1M)$ и $ABCM$ – подобны, т.к. $(A_1B_1C_1) \sim (ABC)$
2. $\frac{MO}{MO_1} = k$, $\frac{V_{MABC}}{V_{MA_1B_1C_1}} = k^3 = \frac{324}{96} = \frac{81}{16}$ => $k = \frac{9}{4}$, $MO = 9a$, $MO_1 = 4a$
3. Пирамиды $MA_1B_1C_1$ и $AA_1C_1B_1$ – имеют общую грань $(A_1B_1C_1)$. Высота пирамиды $AA_1C_1B_1$ – $h = OO_1 = 5a$

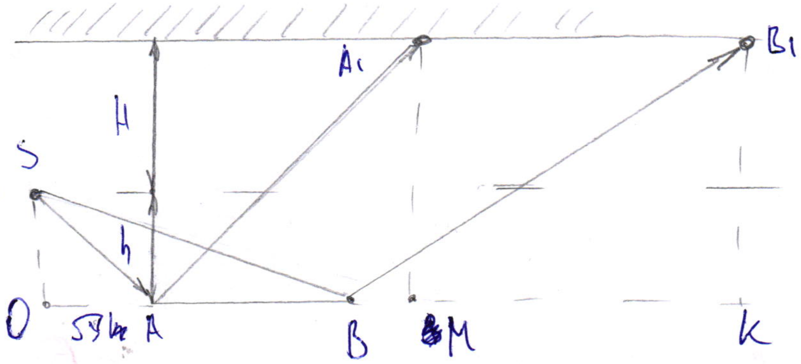
$V_{MA_1B_1C_1} = 4a \cdot S$, $V_{AA_1B_1C_1} = 5a\,S$ => $V_{AA_1B_1C_1} = \frac{5}{4} V_{MA_1B_1C_1}$ =>

$V_{MAB_1C_1} = \frac{9}{4} V_{MA_1B_1C_1} = \frac{9}{4} \cdot 96 = 216$

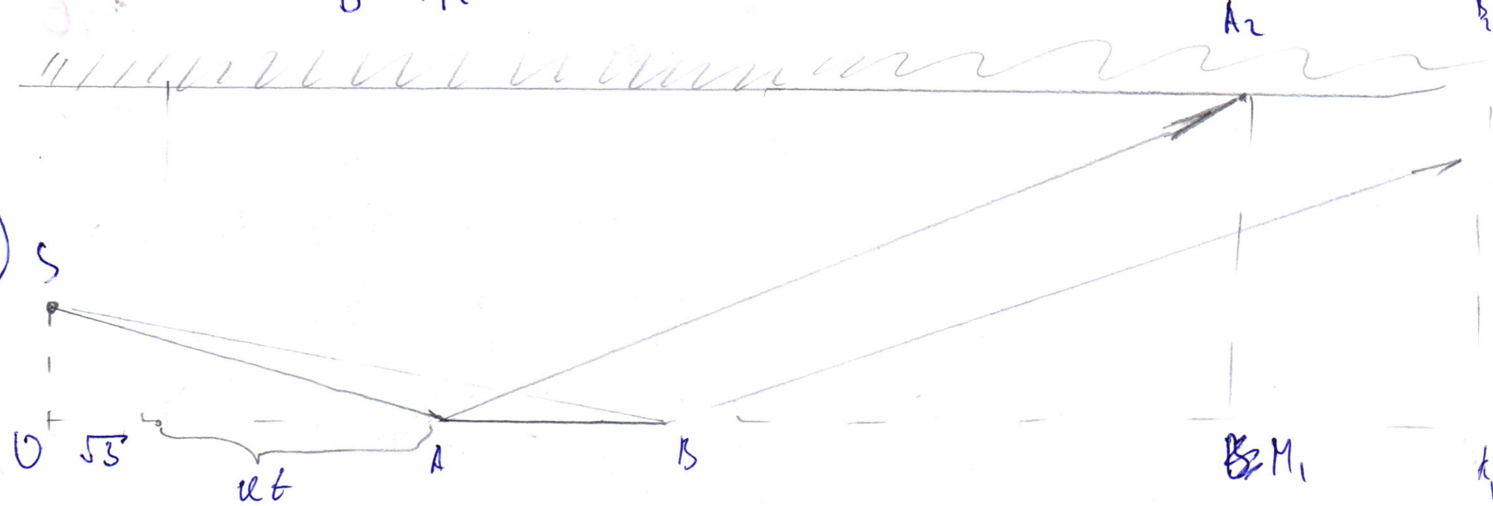
Ответ: 216

№6

1



2



1) $\cancel{B}\ A_1B_1 = MK,\ OB = AB + \sqrt{3},\ \triangle OSB \sim \triangle BB_1K \Rightarrow$

$$\frac{BK}{OB} = \frac{B_1K}{OS} \Rightarrow BK = \frac{H+h}{h}(AB+\sqrt{3}),\quad AM = AB + BM,\quad \triangle OSA \sim \triangle AA_1M$$

$$\frac{OA}{AM} = \frac{OS}{A_1M} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{AM} = \frac{h}{H+h} \Rightarrow AM = \frac{\sqrt{3}(H+h)}{h} = AB + BM$$

$$BM = \frac{\sqrt{3}(H+h)}{h} - AB$$

$$A_1B_1 = BK - BM = \frac{H+h}{h}\cdot AB + \frac{H+h}{h}\cdot\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}(H+h)}{h} + AB =$$

$$= \underline{AB\left(\frac{H}{h} + 2\right)}$$

2) $$\triangle OSA \sim \triangle AA_2M_1 \Rightarrow \frac{AM_1}{OA} = \frac{H+h}{h} \Rightarrow AM_1 = \frac{H+h}{h}(\upsilon t + \sqrt{3})$$

$$BM_1 = \frac{H+h}{h}(\upsilon t + \sqrt{3}) - AB$$

$$\triangle OSB \sim \triangle BB_2K_1 \Rightarrow \frac{OB}{BK_1} = \frac{h}{H+h} \Rightarrow BK_1 = \frac{(\sqrt{3} + \upsilon t + AB)(h+H)}{h}$$

$$A_2B_2 = BK_1 - BM_1 = \frac{\sqrt{3}(H+h)}{h} + \frac{\upsilon t(H+h)}{h} + \frac{AB(H+h)}{h} - \frac{H+h}{h}(\upsilon t + \sqrt{3}) + AB$$

$$= \underline{AB\left(\frac{H}{h} + 2\right)}$$

Ответ: не изменяется

②

Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

Шифр ЮБ7-11-05

№5

$M = 5кг$

$m = 30кг$

$P - ?$

$t = 2с.$

Обезьянка действует на верёвку с силой mg по III з. Ньютона и верёвка действует на обезьянку с силой mg.

Обезьянка неподвижна, но она сообщает ускорение верёвке $Ma = mg \Rightarrow a = \frac{m}{M}g$

В начальный момент верёвка покоилась, поэтому её скорость $v = at$

$$P = mg \cdot v = \frac{mg^2 \cdot t}{M} = \frac{900кг^2 \cdot 100\frac{м^2}{с^4} \cdot 2с}{5кг} = 36000 Вт$$

Ответ: 36 000 Вт

№7

По определению, действующее напряжение — это постоянное напряжение, при котором на участке цепи выделится столько же энергии, сколько при данном переменном напряжении

$$E_1 = \frac{U_1^2}{R}t_0 + \frac{U_2^2}{R}t_0 + \frac{U_3^2}{R}t_0 + \frac{U_4^2}{R}t_0 = \frac{100}{R}t_0 + \frac{25}{R}t_0 + 0 + \frac{25}{R}t_0 =$$

$$= \frac{150}{\cancel{R}}\cancel{t_0} = \frac{U_д^2}{\cancel{R}} \cdot 4\cancel{t_0} \Rightarrow U_д = \sqrt{\frac{150}{4}} \approx 6,124 В$$

Ответ: 6,124 В

№8

$T_0 = 300K$

$V = 3V_0$

$\nu = 1,4\nu_0$

$A - ?$

Произошёл процесс диссоциации $\Rightarrow$ кол-во вещ-ва увеличилось $\nu = 1,4\nu_0$

Процесс изобарный

$$A = p\Delta V = pV - pV_0 = 2pV_0 = 2\nu RT_0 = 2 \cdot 1,4\nu_0 RT_0 =$$

$$= 2 \cdot 1,4 \cdot 2 \cdot 8,31 \cdot 300 = 13960,8 Дж$$

№2

$$\begin{cases} \sin^4 x + \sin^5 y = 1 \\ \cos^3 x + \cos^7 y = 1 \end{cases} \Rightarrow \quad \sin y \geq 0,\ \cos x \geq 0,\ \cos y \geq 0,$$ т.к. $-1 \leq \sin \alpha \leq 1$; $-1 \leq \cos \alpha \leq 1 \Rightarrow$ при сложении положительного и отрицательного мы единицу никак не получим

~~Решением точно являются пары чисел (1; 0), (-1; 0), (0; 1)~~ $\left(\frac{\pi}{2}+2\pi n; \pi\right.$

Решениями являются комбинации $\left[\begin{array}{l} \sin x = 1,\ \sin y = 0 \\ \sin x = -1;\ \sin y = 0 \\ \sin x = 0,\ \sin y = 1 \end{array}\right.$

не доказ

F

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n,\ y = \pi n \\ x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n,\ y = \pi n \\ x = \pi n,\ y = \frac{\pi}{2} + 2\pi n \end{array}\right. ,\ n \in \mathbb{Z}$$

№4

$x^2 + 20x + 22 \longrightarrow x^2 + 202x + 2$

Да, верно.

—