Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

шифр 77/6-10-16

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	11	12	2	—	7	10	3	11	56

Вариант 1

№1 Пусть $x, x+1, x+2, x+3$ – четыре последовательных натуральных числа, тогда

$$\left[\begin{array}{ll} x(x+1)+2022=(x+2)(x+3) & (1) \\ x(x+2)+2022=(x+1)(x+3) & (2) \to x \notin N \\ x(x+3)+2022=(x+1)(x+2) & (3) \to x \in \varnothing \\ (x+1)(x+2)+2022=x(x+3) & (4) \to x \in \varnothing \\ (x+1)(x+3)+2022=x(x+2) & (5) \to x \notin N \\ (x+2)(x+3)+2022=x(x+1) & (6) \to x \notin N \end{array}\right.$$

$(1) \Rightarrow \cancel{x^2}+x+2022=\cancel{x^2}+3x+2x+6$

$4x=2016$

$x=504 \Rightarrow x+1=505, \ x+2=506, \ x+3=507$

$(2) \Rightarrow \cancel{x^2}+2x+2022=\cancel{x^2}+3x+x+3$

$2x=2019$

$x=1009{,}5 \notin N$

+

$(3) \Rightarrow \cancel{x^2}+\cancel{3x}+2022=\cancel{x^2}+\cancel{2x}+\cancel{x}+2$

$x \in \varnothing$

$(4) \Rightarrow \cancel{x^2}+\cancel{x}+\cancel{2x}+2+2022=\cancel{x^2}+\cancel{3x}$

$x \in \varnothing$

$(5) \Rightarrow \cancel{x^2}+x+3x+3+2022=\cancel{x^2}+2x$

$-2x=2025$

$x=-1012{,}5 \notin N$

$(6) \Rightarrow \cancel{x^2}+2x+3x+6+2022=\cancel{x^2}+x$

$-4x=2028$

$x=-507 \notin N$

Ответ: 504; 505; 506; 507

№2

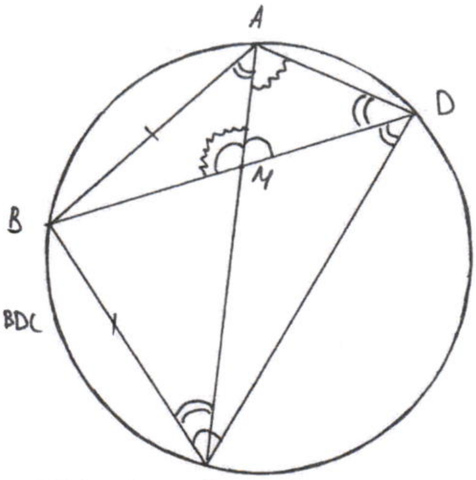
Дано:
$AB = BC = 5$
$ABCD$ - впис.
$\angle BCD = 30°$
$AC \cap BD = M$

R - ?

Решение:

① Т.к. $ABCD$ - впис., а $\angle BCD = 30° \Rightarrow$
$\Rightarrow \angle BAD = 150°$ (по с-ву впис. четы.)

② $\angle ADB = \angle ACB$ (т.к. опир на одну $\cup AB$)
$\angle BAC = \angle BDC$ (т.к. опир. на одну $\cup BC$)
Т.к. $AB = BC \Rightarrow \cup AB = \cup BC \Rightarrow \angle ADB = \angle ACB = \angle BAC = \angle BDC$
(по с-ву хорд, отс. равн. дуги)



③ Рассмотрим $\triangle AMD$:
$\angle AMD = 180° - (\angle MAD + \angle MDA) \Leftrightarrow$
Т.к. $\angle MDA$ и $\angle ADB$ совпадают, а $\angle BAC = \angle ADB$ (из выше док.) $\Rightarrow$
$\Rightarrow \angle MDA = \angle BAC$

$\Leftrightarrow \angle AMD = 180° - (\angle MAD + \angle BAC)$

Т.к. $\angle BAD = \angle BAC + \angle MAD \Rightarrow \angle AMD = 180° - \angle BAD = 180° - 150° = 30°$

④ Т.к. $\angle AMD$ и $\angle AMB$ - смежные $\Rightarrow \angle AMB = 180° - 30° = 150°$

⑤ Рассмотрим $\triangle ABM$:
По т. синусов:

+

$$\frac{AB}{\sin\angle AMB} = 2R \Rightarrow R = \frac{AB}{2\sin\angle AMB} = \frac{5}{2\sin 150°} = \frac{5}{2 \cdot \frac{1}{2}} = 5$$

Ответ: 5

№3

$\frac{n^3 - pn + 1}{n^2 + pn + 2}$ - целое число
p∈мн. простых чисел
$n \in \mathbb{Z}$

p, n - ?

Решение:

Т.к. $\frac{n^3 - pn + 1}{n^2 + pn + 2}$ - целое число, значит числитель делится на знаменатель нацело.

Пусть $n^3 - pn + 1 = 0$, тогда

$pn = n^3 + 1$

$p = \frac{n^3 + 1}{n}$

$p = n^2 + \frac{1}{n}$

Т.к. $\frac{1}{n}$ - целое число $\Rightarrow n_1 = 1,\ n_2 = -1$

$p_1 = 1^2 + \frac{1}{1} = 2$

$p_2 = 1^2 - \frac{1}{1} = 0$ - не уд. усл., что p - простое число

+

Выполним проверку:

$$\frac{1^3 - 2 \cdot 1 + 1}{1^2 + 2 \cdot 1 + 2} = \frac{0}{5} = 0$$

Значит, $n = 1,\ p = 2$ - решение

Ответ: $n = 1,\ p = 2$

Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

шифр 77/6-10-16

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

№5

Дано:	СИ
$a = 5\ м/с^2$	
$p_{min} = 1000\ Па$	
$L = 10\ см$	$0{,}1\ м$
$g = 10\ м/с^2$	
p_{max} - ?	

Решение:

давление вектор?

$\vec{P}_{max} = \vec{P}_a + \vec{P}_g$

$P_{max} = \sqrt{p_a^2 + p_g^2}$

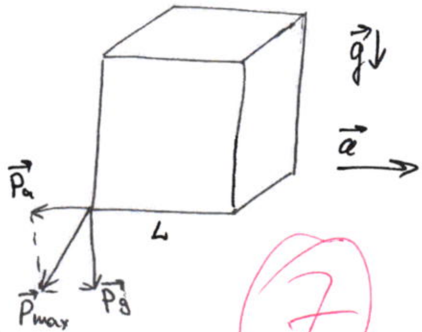
5

$\left.\begin{array}{l} p_a = \rho a L \\ p_g = \rho g L \end{array}\right| \Rightarrow p_{max} = \sqrt{\rho^2 a^2 L^2 + \rho^2 g^2 L^2} =$

2

$= \rho L \sqrt{a^2 + g^2} = 1000 \cdot 0{,}1 \sqrt{5^2 + 10^2} = 500\sqrt{5}\ Па$

Ответ: $500\sqrt{5}\ Па$



7

№6

Дано:
$\alpha = 60°$
$v_0 = 10\ м/с$
$g = 10\ м/с^2$
R - ?

Решение:

Т.к. ситуация симметричная, то рассмотрим только начало полёта: ±

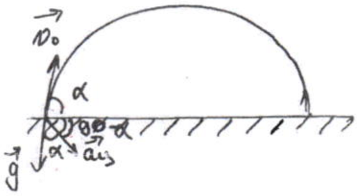
$a_y = \frac{v_0^2}{R} \Rightarrow R = \frac{v_0^2}{a_y}$ ✓

$a_y = g\cos\alpha \quad \Rightarrow R = \frac{v_0^2}{g\cos\alpha} =$ ✓

$= \frac{10^2}{10 \cdot \cos 60°} = \frac{10}{\frac{1}{2}} = 20\ м$

10

Ответ: 20 м ✓



№7

Дано:	СИ
$V = 1{,}5\ л$	$0{,}0015\ м^3$
$\Delta t = 5\ К$	
$\tau_1 = 2\ мин$	$120\ с$
$P = 1{,}5\ кВт$	$1{,}5 \cdot 10^3\ Вт$
$c = 4200\ \frac{Дж}{кг\,К}$	
$\rho = 1\ г/см^3$	$1000\ кг/м^3$
τ_2 - ?	

Решение:

$m = \rho V$ ✓

$\left.\begin{array}{l} P\tau = Q \\ Q = cm\Delta t \end{array}\right| \Rightarrow P\tau = cm\Delta t \Rightarrow \tau_2 = \frac{cm\Delta t}{P} = \frac{c\rho V \Delta t}{P}$

$\tau_2 = \frac{4200 \cdot 1000 \cdot 0{,}0015 \cdot 5}{1{,}5 \cdot 10^3} = 4{,}2 \cdot 5 = 21\ с$

Ответ: 21 с

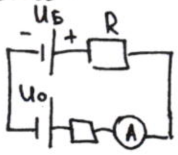
3

№8

Дано:
$r \ll R$
$R_1 = 12$ Ом
$R_2 = 20$ Ом

R - ?

Решение:



$$\boxed{r + R = \frac{U}{I}}$$

$$\begin{cases} U_0 - U_Б = I_1 (r+R) \quad (1) & \text{- омметр подключен правильно} \\ U_0 + U_Б = I_2 (r+R) \quad (2) & \text{- после смены полярности подключения} \end{cases}$$

$$r + R = \frac{U_0}{I_1} \Rightarrow I_1 = \frac{U_0}{r+R_1}$$

$$r + R = \frac{U_0}{I_2} \Rightarrow I_2 = \frac{U_0}{r+R_2}$$

$$(1)+(2) \Rightarrow 2U_0 = (I_1 + I_2)(r+R)$$

$$2\cancel{U_0} = \left(\frac{\cancel{U_0}}{r+R_1} + \frac{\cancel{U_0}}{r+R_2}\right)(r+R) \quad \Big| : U_0$$

$$2 = \left(\frac{r+R_2+r+R_1}{(r+R_1)(r+R_2)}\right)(r+R)$$

$$\text{Т.к. } r \ll R \Rightarrow 2 = \left(\frac{R_2+R_1}{R_1 \cdot R_2}\right)R$$

$$R = \frac{2R_1R_2}{R_1+R_2}$$

$$R = \frac{2 \cdot 12 \cdot 20}{12+20} = 15 \text{ Ом}$$

Ответ: 15 Ом

2 вариант?

11 баллов

4/4