Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

шифр М28-08-09

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	8	12	2	12	10	15	15	0	74

Вариант 2

N1

Обозначим числа как $k, k+1, k+2, k+3$. Предположим что числа разбили на группы. k и $k+1$; $k+2$ и $k+3$. Тогда: $k^2+k+2021=k^2+2k+3k+6$ или $4k+6=2021$. В этом случае k - дробное число. Значит, числа разбили по-другому. Предположим что так: k и $k+3$; $k+2$ и $k+1$; Тогда $k^2+3k+2021=k^2+3k+2$ или $2=2021$. Противоречие. Значит числа разбили по группам так: k и $k+2$; $k+1$ и $k+3$. Тогда $k^2+2k+2021=k^2+4k+3$

$$\Downarrow$$

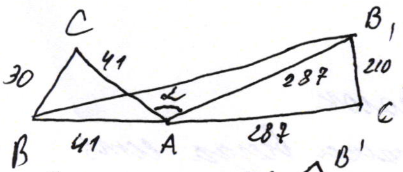
$$2k+3=2021$$

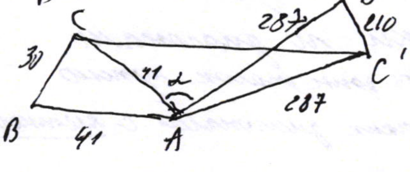
$$2k=2018$$

$$k=1009$$

Нетрудно посчитать что заданные числа равны 1009, 1010, 1011, и 1012

Ответ: 1009, 1010, 1011, 1012





N2

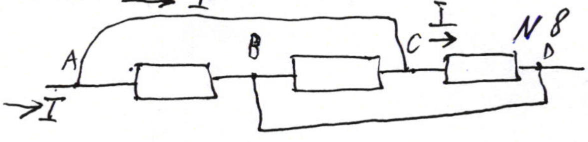
Дано: $\triangle ABC$, $\triangle AB'C'$; $\triangle ABC$ и $\triangle AB'C'$ – р/б; $AB=AC=41$

$BC=30$; $AB'=AC'=287$ $B'C'=210$

Доказать: $BB'=CC'$

Док-во: 1) Заметим, что $ABC \sim AB'C'$ (т.к. $\frac{AB'}{AB}=\frac{AC'}{AC}=\frac{B'C'}{BC}$; $\frac{287}{41}=\frac{287}{41}=\frac{210}{30}$). Тогда равны $\angle BAC$ и $\angle B'AC'$.

2) Рассм. $\triangle BAB'$ и CAC'. Они равны по 2 сторонам и углу между ними. ($\angle CAC'=\alpha+B'AC'$; $\angle BAB'=\alpha+BAC \Rightarrow \angle CAC'=\angle BAB'$). Т.к. $\triangle CAC'=\triangle BAB'$ то $BB'=CC'$



N8

Т.к. ток ходит по меньшему сопротивлению то ток проходящий по первым двум резисторам пренебрежимо мал. А так как $\Delta R=40$ Ом, а ток по двум резисторам не шел, то R одного резистора $=20$ Ом.

Ответ: 20 Ом

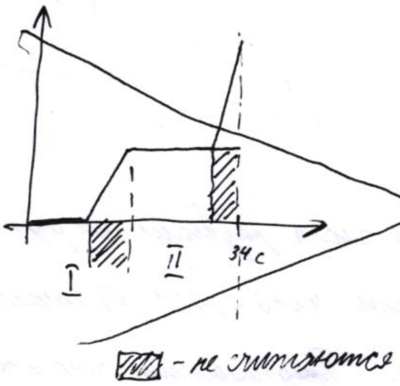
№ 6

$\vartheta_{ср}$ в момент 17с равна: $\frac{S_1+S_2}{t_1+t_2} = \frac{70м}{17с} = 4\frac{2}{17}$ м/с

Теперь докажем что в момент 34с была та же самая $\vartheta_{ср}$.

В момент 34с тогда x должен быть равен 140м, что в 2 раза больше 70м или:

$\frac{140м}{70м} = \frac{34с}{17с}$



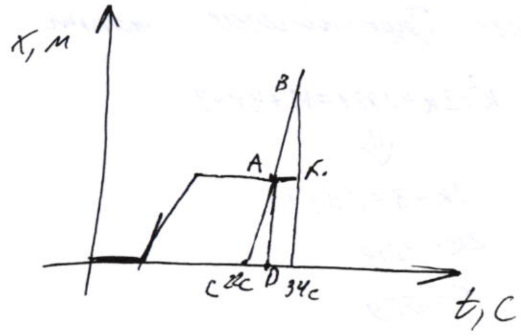
Посчитаем S под графиком ~~для~~ I и II

~~I) 10·7+7·7 = 119 10 17·7 + 17·7/2 = 14~~3,5

~~II) 10·7 17·7 + 6 10·7~~

I) $10 \cdot 7 + \frac{7 \cdot 7}{2} = 94{,}5$

II) $11 \cdot 7 +$



Продолжим. часть. по графика после 2 остановки до оси времени. Точка C упадет на отметку 22с

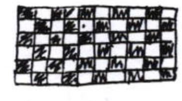
$\Delta BAK = \Delta ACD$ (по стороне и 2 углам: $AK = CD$ $\angle ACD = \angle BAK$; $\angle BKA = \angle ADC$)

т.к. $\Delta BAK = \Delta ACD$; $BK = AD \Rightarrow$ тело после второй остановки также прошло 70м за 17с после первого движения. Следовательно на отметке времени в 34с $\vartheta_{ср} = 4\frac{2}{17}$ м/с

Ответ: $\vartheta_{ср} = 4\frac{2}{17}$ м/с; 34с

№ 4

Раскрасим доску 6×10 в шахматную раскраску и уголок

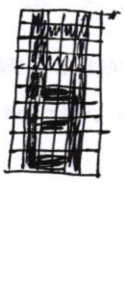


или

Заметим что у уголка всегда есть одноцветные клетки по диагонали

Тогда, чтобы нельзя было поместить один уголок, нужно чтобы не могло возникнуть таких диагоналей с клеткой между ними

Для этого нужно оставить незакр. 2 столбца, по 10 кл. т.к. из них не может обр. уголок, и в оставшихся 40 кл. убрать все возм. диагонали. Уголки ставятся углом к центральным столбцам. Пример:



Ответ: 10 шт.

Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

шифр М28-08-09

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 2

N 5

В задаче есть мощность нагревателя N и мощность теплопотерь равная $\alpha(t_{ср}-t_{в})$. ϑ максимальна, когда $N_{теплопотерь}=0$ или $t_{ср}-t_{т}=0$

Максимальная ϑ $\approx$ в точке $10^\circ C$. Значит ~~температура~~ окр. среды $\approx 10^\circ C$

2) При разности T в $20^\circ C$ мощность теплопотерь $=N$ и нагрев прекращается

Чтобы нагреть до $100^\circ C$ нужно преодолеть ΔT в $90^\circ C$

$$\frac{N_1}{N_2}=\frac{\Delta T_1}{\Delta T_2}=\frac{20}{90}$$

$$\frac{N_1}{N_2}=\frac{2}{9} \quad \text{или } N_2=4{,}5N_1$$

Ответ: $t_{ср}=10^\circ C$; в 4,5 раз.

N 3

Ответ: да. т.к. число конечное $n=a^2+16a+64=(a+8)^2$. А квадрат нат. числа не может состоять только из 0 и ~~...~~ единиц. Поэтому Петя ошибся

N 7

Запишем уравнение теплового баланса для первого калориметра

$Q_{отд}=Q_{пол}$

$m_м c_м \Delta t = m_к c_к \Delta t$

$m_м c_м = m_к c_к$

для второго: $Q_{отд}=Q_{получ}$

$m_м c_в \Delta t_1 = \frac{1}{10} m_м c_м(\Delta t_1+\Delta t_x)$ м

$c_в \Delta t_1 = \frac{1}{10} c_м(\Delta t_1+\Delta t_x)$

$2c_м \Delta t_1 = \frac{1}{10} c_м(\Delta t_1+\Delta t_x)$

$2\Delta t_1 = \frac{1}{10}(\Delta t_1+\Delta t_x)$

$20\Delta t_1 = \Delta t_1+\Delta t_x$

$19\Delta t_1 = \Delta t_x$

$900\frac{кг}{м^3}\cdot\frac{10}{10}V = 1000\frac{кг}{м^3}\cdot\frac{9}{10}V$

$\Downarrow$

$\boxed{m_м = m_в}$

$\Delta t_1 = 10^\circ C$, т.к. изменение T от $40^\circ C$ и $60^\circ C$ должно быть одинаковым. $\Rightarrow t_{смеси} = 40^\circ C + 10^\circ C = 50^\circ C \Rightarrow t_к = 50-190 = -140^\circ C$ Ответ: $-140^\circ C$

Для второго

$\cancel{m_m} c_в \Delta t_1 = \cancel{m_m} c_м (\frac{1}{10}\Delta t_1 + \Delta t_x)$

$2 c_м \Delta t_1 = c_м (\frac{1}{10}\Delta t_1 + \Delta t_x)$

$2\Delta t_1 = \frac{1}{10}\Delta t_1 + \Delta t_x$

$1{,}9\Delta t_1 = \Delta t_x$

$\Delta t_1 = 10°C$, т.к. Δt должно быть равно для 40°C и 60°C

$t_{смеси\,2} = 50°C$

$t_{кал} = 31°C$

Ответ: $31°C = t_{кал}$