шифр 70-11-01

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	10	13	13	14	8	0	15	10	83

Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

Без изм

Вариант 1

физика – без изменений

1) Т.к. $2b>0$ и $4a+c>0$, то $(2b)^2>(4a+c)^2$

$4b^2>16a^2+8ac+c^2$

$4b^2>16a^2-8ac+16ac+c^2$

$4b^2>(16a^2-8ac+c^2)+16ac$

$4b^2>(4a-c)^2+16ac$

Т.к. $(4a-c)^2\geqslant 0$

$4b^2>16ac+(4a-c)^2\geqslant 16ac \quad |:4$

$b^2>4ac.$

10б

2) $\begin{cases}\sin^4x+\sin^5y=1\\ \cos^3x+\cos^7y=1\end{cases} \Rightarrow \sin^4x+\cos^3x+\sin^5y+\cos^7y=2$

Рассмотрим левую часть:

$\sin^4x+\cos^3x+\sin^5y+\cos^7y\leq|\sin^4x+\cos^3x+\sin^5x+\cos^7x|\leq|\sin^4x|+|\cos^3x|+|\sin^5x|+|\cos^7x|\leq|\sin x|^4+|\cos x|^3+|\sin x|^5+|\cos x|^7$

$0\leq|\sin x|\leq1$; $\quad |\sin x|^4\leq\sin^2x$

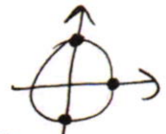
$0\leq|\cos x|\leq1$; $\Rightarrow$ $|\cos x|^3\leq\cos^2x$ $\Rightarrow \sin^4x+\cos^3x+\sin^5y+\cos^7y \Rightarrow$

$|\sin x|^5\leq\sin^2x$

$|\cos x|^7\leq\cos^2x$

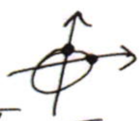
$\underbrace{\sin^2x+\cos^2x}_{1}+\underbrace{\sin^2y+\cos^2y}_{1}=2 \Rightarrow \begin{cases}\sin^4x=\sin^2x\\ \cos^3x=\cos^2x\end{cases}$; $\begin{cases}\sin^5y=\sin^2y\\ \cos^7y=\cos^2y\end{cases}$

$\begin{cases}\sin^2x(\sin^2x-1)=0\\ \cos^2x(\cos x-1)=0\end{cases}$ $\quad \begin{cases}\sin^2y(\sin^3y-1)=0\\ \cos^2y(\cos^5y-1)=0\end{cases}$



$x=\frac{\pi}{2}+\pi k; k\in Z$

$x=2\pi k; k\in Z$



$y=\frac{\pi}{2}+2\pi n; n\in Z$

$y=2\pi n; n\in Z$

Рассмотрим, какие пары удовл. системе:

$(2\pi k; \frac{\pi}{2}+2\pi n), k\in Z, n\in Z$

$(\frac{\pi}{2}+\pi k; 2\pi n), k\in Z, n\in Z$

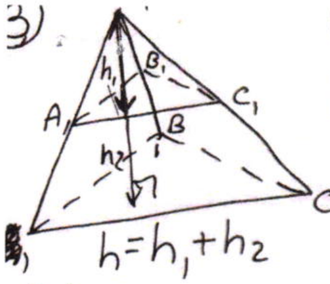
Ответ:

$(2\pi k; \frac{\pi}{2}+2\pi n), k\in Z, n\in Z$

$(\frac{\pi}{2}+\pi k; 2\pi n), k\in Z, n\in Z$

13б.

3)



$h=h_1+h_2$

$$\left.\begin{matrix} V_{MABC}=324 \\ V_{MA_1B_1C_1}=96 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \frac{V_1}{V}=\frac{96}{324}=\frac{24}{81}=\frac{8}{27} \Rightarrow \frac{h_1}{h}=\frac{2}{3} \Rightarrow \frac{h_1}{h_2}=\frac{2}{1}$$

$$V_2=V_{AA_1B_1C_1}=\frac{1}{3}S_{A_1B_1C_1}\cdot h_2=\frac{1}{3}S_{A_1B_1C_1}\cdot\frac{h_1}{2}=V_{MA_1B_1C_1}\cdot\frac{1}{2}=\frac{96}{2}\Rightarrow$$

$\Rightarrow V_{AA_1B_1C_1}=48$; $V_{AMB_1C_1}=V_{MA_1B_1C_1}+V_{AA_1B_1C_1}=96+48=144$ 13 б.

5) Мощность развиваемая обезьяной определяется как:

$P=F\cdot V$, где F - сила обезьяны, с которой на действует на верёвку

$F=mg$ V - скорость верёвки, m - масса обезьяны

M - масса верёвки   рисунок? [redacted]

$E_k=\frac{MV^2}{2}$ - кинетическая энергия верёвки

это одно и тоже?   8б.

Мощность можно выразить через V изменения E_k.

$P=\frac{dE_k}{dt}$ или $P=MV\frac{dV}{dt}$ $\Rightarrow$ получаем уравнение:

$$mg\cdot V=MV\frac{dV}{dt}\Rightarrow\frac{dV}{dt}=\frac{mg}{M}$$

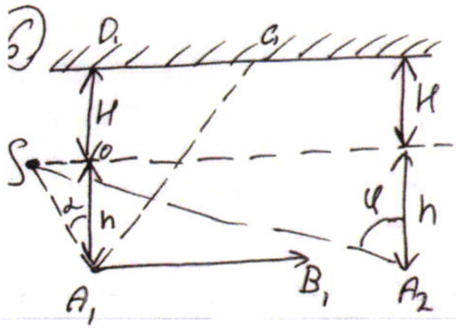
При $t>0$:

$V=\frac{mg\cdot t}{M}$ $\Rightarrow$ Подставляем в формулу мощности:

Вт

$$P=mg\cdot V=mg\cdot\frac{mg\cdot t}{M}=\frac{(mg)^2\cdot t}{M}=\frac{(30\cdot10)^2\cdot 2}{5}=36000$$ [redacted]

6)



$H=2м$; $h=1м$; $SA_1=2h$

$SO^2=SA^2-h^2$

$SO=\sqrt{SA^2-h^2}=\sqrt{2^2-1^2}=\sqrt{3}$ м

$S_{ts}=2м/с\cdot5с=10$ м (AA_2)

поясчения? обозначения рисунка.

0б

$A_1D_1=h+H=1+2=3м$

$tg\,\alpha=\frac{SO}{h}$ и $tg\,\alpha=\frac{D_1C_1}{A_1D_1}=\frac{D_1C_1}{h+H}$ $\Rightarrow$ $tg\,\varphi=\frac{SO+A_1A_2}{h}$

$$N=\frac{tg\,\varphi}{tg\,\alpha}=\frac{SO+A_1A_2}{\cancel{h}}\cdot\frac{\cancel{h}}{SO}=\frac{\sqrt{3}+10}{\sqrt{3}}=$$

$$=\frac{1{,}73+10}{1{,}73}=6{,}77$$

~~7) На представленном графике амплитудное значение напряжения равно 10 В.~~

~~Для определения действующего напряжения необходимо поделить амплитудное значение на $\sqrt{2}$.~~

~~$V=\frac{10В}{\sqrt{2}}=7{,}07$ В~~

Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

Шифр 70-11-01

8) Поскольку 40% молекул диссоциировали, количество вещества возросло в 1,4 раза. $\nu_2 = 1,4 \cdot \nu_1 = 2,8$ моля

Так как процесс изобарный применим $pV = \nu RT \Rightarrow T_2 = \frac{30}{14} T_1 = \frac{30 \cdot 300}{14} \approx 643$ K

Работа газа:

$A = p\Delta V = \nu_2 R T_2 - \nu_1 R T_1 = (2,8 \cdot 8,31 \cdot 643) - (2 \cdot 8,31 \cdot 300) = 9975$ Дж

10б

1) Каждому 2-му трехчлену $x^2 + bx + c$ поставим в соответствие точку координатной плоскости Obc, где вдоль оси Ob будем откладывать значения 2-го коэффициента, а вдоль Oc – свободного члена. Многочленам $x^2 + 20x + 22$ и $x^2 + 202x + 2$ будут соответствовать точки $A(20; 22)$ и $B(202, 2)$.

По условию предполагается перемещение от A к B вдоль узлов некоторой ломаной L. Узлы L – некоторые целочисленные точки плоскости Obc, а длина каждого звена $L = 1$

Так как точки A и B расположены в разных полуплоскостях относительно прямой $c = b - 1$, то ломаная L одним из своих узлов имеет точку этой прямой. Значит, одним из промежуточных многочленов будет многочлен вида $x^2 + b_0 x + (b_0 - 1)$ с целым b_0 и целыми корнями -1 и $1 - b_0$.

Таким образом в периоде преобразований были получены целые корни.

14 б.

1) Количество Q за $4t_0$: $Q = \frac{U_1^2}{R} t_0 + \frac{U_2^2}{R} t_0 + \frac{U_3^2}{R} t_0 + \frac{U_4^2}{R} t_0 = \frac{100}{R} t_0 + \frac{25}{R} t_0 + 0 + \frac{25}{R} t_0 = \frac{150}{R} t_0$

$Q = \frac{U_э^2}{R} 4t_0 \Rightarrow U_э = \sqrt{\frac{Q}{4t_0}} = \sqrt{\frac{150}{4}} = 6,1$ В

15 б.