



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр EP-55-7-16

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	12	12	13	7	15	10	2	2	73

Вариант 1

4.

Предположим, что можно. Тогда разобьём все числа на группы по 5 штук. Сумма чисел в каждой такой группе положительна.

$$\underbrace{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5}_{>0}, \underbrace{a_6, a_7, a_8, a_9, a_{10}}_{>0}, \dots, \underbrace{a_{2016}, a_{2017}, a_{2018}, a_{2019}, a_{2020}, a_{2021}, a_{2022}}_{>0}$$

Тогда в конце останется 2 числа, которые не входят ни в одну группу. Сумма всех остальных чисел > 0 , т.к. сумма в каждой группе > 0 .

Числа a_{2021} и a_{2022} в сумме с положительным числом (суммой всех оставшихся) дают отрицательное, а в сумме с тремя числами, которые входят в сумму ост. дают положительное. Противоречие \Rightarrow такое не возможно.

Ответ. Нельзя.

76.

$$v_x (\text{скорость ходьбы}) = v_{\text{э}} + 2 \text{ м/с};$$

$$t_{\text{э}} = 3t_x;$$

$$S = vt; \quad t = \frac{S}{v};$$

$$\frac{S}{v_{\text{э}}} = \frac{3S}{v_x};$$

$$Sv_x = 3Sv_{\text{э}} \quad | : S;$$

$$v_x = 3v_{\text{э}};$$

$$v_{\text{э}} + 2 \text{ м/с} = 3v_{\text{э}};$$

$$2v_{\text{э}} = 2 \text{ м/с};$$

$$v_{\text{э}} = 1 \text{ м/с}.$$

Ответ. 1 м/с.

105

1 из 4

5.

На конвейерной ленте может располагаться $n \leq 10$ деталей, т.к. расстояние между ними $l = 1$ м. Также на ленте находится 10 манипуляторов, расположенных на расстоянии $s_1 = 1$ м друг от друга и $s = 0,5$ м от концов ленты.



Чтобы максимально уменьшить $v_0 = 10$ м/с ленты, нужно поставить как можно больше грузиков на детали. Значит каждая деталь должна пройти как можно больше манипуляторов. Так как расстояние $s_1 = l$, то разные детали не могут пройти одинаковое число манипуляторов. Пусть d_i - число грузиков по 200 г на детали. Тогда $d_1 = 10, d_2 = 9, d_3 = 8, \dots, d_{10} = 1$.
 $d_1 + d_2 + d_3 + \dots + d_{10} = 10 + 9 + 8 + \dots + 1 = 55$ деталей грузиков всего на ленте. Каждый грузик уменьшает v_0 на $\Delta v = 10$ м/с \Rightarrow все грузики уменьшат v_0 на $55 \cdot 10$ м/с = 550 м/с = 5,5 м/с \Rightarrow минимальная скорость конвейера равна 10 м/с - 5,5 м/с = 4,5 м/с.

158

Ответ. 4,5 м/с.

7.

Пусть $m_{гр}$ - так как мы взвешивали оба раза на одних и тех же весах, то отношение массы на коротком плече к массе на длинном равно.

$$\frac{m_{гр}}{0,5 \text{ кг}} = \frac{2 \text{ кг}}{m_{гр}}$$

$$m_{гр} \cdot m_{гр} = 0,5 \text{ кг} \cdot 2 \text{ кг};$$

$$m_{гр}^2 = 1 \text{ кг} \Rightarrow m_{гр} = 1 \text{ кг}.$$

Ответ. 1 кг.

25

1.

Пусть $x_{гр}$ - кол-во ^{белых} грибов, которых собрал Петя изначально. Тогда всего он собрал $2x$ грибов. Затем Петя выкинул 3 черных гриба, из которых d грибов - белые. Белых грибов стало 48%. Составим пропорцию:

$$\frac{x-d}{2x-3} = \frac{48}{100};$$

$$100(x-d) = 48(2x-3)$$

$$100x - 100d = 96x - 144$$

$$100x - 96x = 100d - 144$$

$$4x = 100d - 144 \quad | :2$$

$$2x = 50d - 72$$

d может быть равно 0, 1, 2 или 3 гриба. Но $d \neq 0$ грибов, т.к. получаются отрицательные числа.

125

2 и 4

1 (продолжение).

Также $d \neq 3$ грда, т.к. $2x = 50 \cdot 3 - 72$;

$2x = 150 - 72 = 78$, но по условию Тетя собрал не более 75 грдов.

Поэтому $d = 2$ грда.

$$2x = 50 \cdot 2 - 72;$$

$$2x = 100 - 72 = 28 \text{ грдов.}$$

Ответ. 28 грдов.

3.

Пусть d - число, получившееся у Тети. Составим уравнение:

$$a^2 + 49 - 14a = d$$

$$a^2 - 14a + (49 - d) = 0$$

$$D = (-14)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (49 - d) = 196 - 196 + d = d$$

$$a = \frac{14 \pm \sqrt{d}}{2}$$

Так как Тетя загадала взять натуральное a , то \sqrt{d} должен извлекаться, значит d является полным квадратом.

Сумма цифр числа d равна 2022, значит $d \div 3$, т.к. $2022 \div 3$ по признаку делимости на 3. Но $d \not\div 9$, т.к. $2022 \not\div 9$ по признаку делимости на 9. Если $d \div 3$, то $\sqrt{d} \div 3$. А если $\sqrt{d} \div 3$, то $d \div 9$, но $d \not\div 9$. Противоречие. Тетя ошибая в расчётах.

Ответ. Тетя ошибая в расчётах.

138

2. Оценка:

Инвариант: остаток от деления на 3.

Добавляя по 99 м³ и отнимая по 150 м³ мы не меняем остаток от деления на 3 кол-ва воды в бассейне, т.к. ни и 99 и 150 $\div 3$.

Изначально остаток от деления на 3 кол-ва воды в бассейне равен 1 \Rightarrow он не изменится и 0 м³ воды мы не получим

Пример:

Пример на то, как получить 1 м³ воды:

Добавив 49 раз по 99 м³ воды и вылив 34 раза по 150 м³ воды мы получим 1 м³ воды. В этом легко убедиться.

Ответ. 1 м³ воды.

120

8.

Например груз массой 1 кг , т.к. правая опора расположена по центру стержня мы имеем рычаг с равными плечами, на одном конце которого уже стоит груз массой 1 кг и чтобы его уравновесить нулю на другое плечо поставим груз такой же массы.

Ответ. 1 кг

20