1

Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

шифр ТПО-11-12

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	10	3	13	12	10	15	10	15	88

Вариант 1

N1

$2b > 4a + c > 0$

Т.к. $2b > 0$, $4a+c > 0$, то: $2b > 4a + c$

$4b^2 > 16a^2 + 8ac + c^2$

$b^2 > 4a^2 + 2ac + \frac{c^2}{4}$

Сравним числа $(4a^2 + \frac{c^2}{4})$ и $2ac$: $4a^2 + \frac{c^2}{4} \geq 2ac$

$4a^2 - 2ac + \frac{c^2}{4} \geq 0$

$(2a - \frac{c}{2})^2 \geq 0$

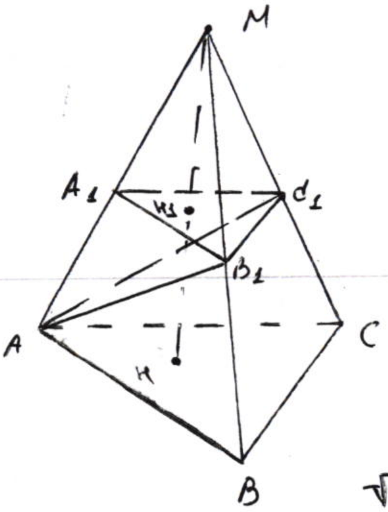
+

$4a^2 + \frac{c^2}{4} \geq 2ac$

$4a^2 + 2ac + \frac{c^2}{4} \geq 4ac$ $\qquad b^2 > 4a^2 + 2ac + \frac{c^2}{4} \geq 4ac$

$b^2 > 4ac$, ч.т.д.

N3



Проведём $MH \perp (ABC)$, $(ABC) \parallel (A_1B_1C_1) \Rightarrow MH \perp (A_1B_1C_1)$

$MH \cap (A_1B_1C_1) = H_1$.

$V_{MA_1B_1C_1} = \frac{1}{3} S_{A_1B_1C_1} \cdot MH_1$, $V_{MABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot MH$.

Пирамиды $MA_1B_1C_1$ и $MABC$ подобны => отношение их объёмов равно кубу коэф подобия:

$\frac{V_{MA_1B_1C_1}}{V_{MABC}} = k^3$, $k = \sqrt[3]{\frac{96}{324}} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{MH_1}{MH} = \frac{2}{3}$.

Пусть $MH_1 = 2x$, тогда $MH = 3x$, $HH_1 = x$.

$V_{MAB_1C_1} = V_{MA_1B_1C_1} + V_{AB_1C_1A_1}$; $V_{AB_1C_1A_1} = \frac{1}{3} h \cdot S_{A_1B_1C_1} =$

$= \frac{1}{3} HH_1 \cdot S_{A_1B_1C_1} \Rightarrow V_{MAB_1C_1} = \frac{1}{3} S_{A_1B_1C_1} \cdot 2x + \frac{1}{3} S_{A_1B_1C_1} \cdot x =$

+

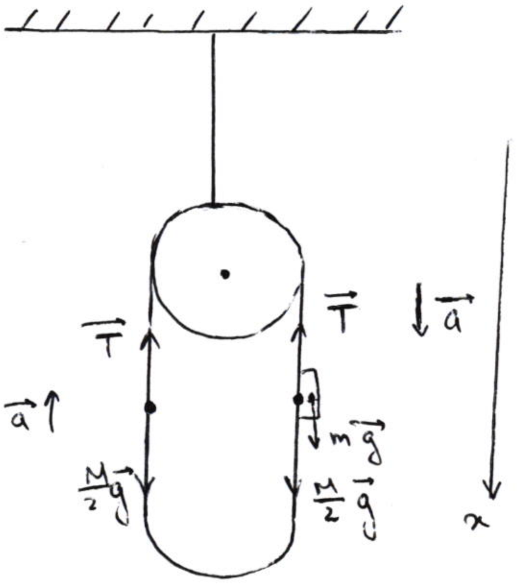
$= \frac{1}{3} \cdot 3x \cdot S_{A_1B_1C_1} = x S_{A_1B_1C_1}$. (1)

$V_{MA_1B_1C_1} = \frac{1}{3} S_{A_1B_1C_1} \cdot 2x \Rightarrow x = \frac{3V_{MA_1B_1C_1}}{2S_{A_1B_1C_1}} = \frac{144}{S_{A_1B_1C_1}}$. (2)

(1), (2) $\Rightarrow$ $V_{MAB_1C_1} = \frac{144}{S_{A_1B_1C_1}} \cdot S_{A_1B_1C_1} = 144$

Ответ: 144.

N5



По II закону Ньютона для середины правой части верёвки:

$$\frac{M}{2}\vec{g} + m\vec{g} + \vec{T} = \frac{M}{2}\vec{a}$$

x) $\frac{Mg}{2} + mg - T = \frac{Ma}{2}$. (1)

Для левой части: x) $\frac{Mg}{2} - T = -\frac{Ma}{2}$. (2)

(1), (2) => $mg = Ma$, $a = \frac{m}{M}g$. (3)

Через 2 секунды скорость верёвки будет равна: $v = at$. (4)

Мощность, развиваемая обезьяной:

$N = Fv$. (5)

(3), (4), (5) => $N = F\cdot\frac{m}{M}gt$, $F = mg$ => $N = \frac{(mg)^2}{M}t$.

$N = \frac{(30\cdot 10)^2}{5}\cdot 2 = 36000$ (Вт)

Ответ: 36000 Вт.

N 8

Дано:
$\nu_1 = 2$ моль,
$T_1 = 300$ K,
$V_2 = 3V_1$,
$\alpha = 0{,}4$.

A - ?

Решение:

Т.к. в процессе нагревания диссоциировало 40% молекул, то $\nu_2 = \nu_1(1+\alpha) = 1{,}4\,\nu_1 = 2{,}8$ моль.

Т.к. нагревание происходило под поршнем, то процесс проходит при постоянном давлении, то по ур-ю Менделеева-Клапейрона: $\frac{\nu_1 R T_1}{V_1} = \frac{\nu_2 R T_2}{V_2}$ => $T_2 = \frac{V_2 \nu_1 T_1}{V_1 \nu_2} = \frac{3\cdot 2\cdot 300}{2{,}8} = 643$ (К)

$p = const$, поэтому: $A = p\Delta V = pV_2 - pV_1 = \nu_2 R T_2 - \nu_1 R T_1 = (2{,}8\cdot 8{,}31\cdot 643) - (2\cdot 8{,}31\cdot 300) = 9975$ (Дж)

Ответ: 9975 Дж.

N 7

Мощность постоянного тока выражается фор-лой $P = \frac{U^2}{R}$.

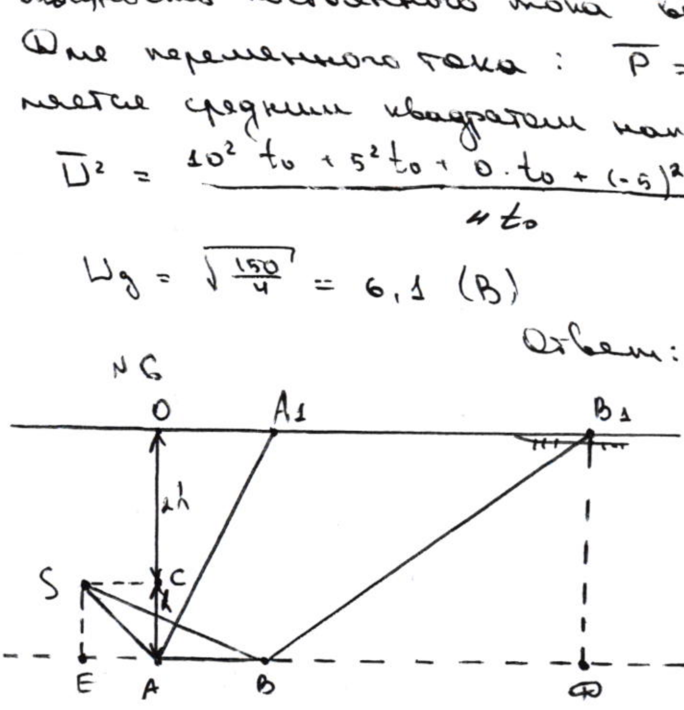
Для переменного тока: $\overline{P} = \frac{\overline{U^2}}{R}$, т.е. мощность тока определяется средним квадратом напряжения. Очевидно, что: $U_д = \sqrt{\overline{U^2}}$

$$\overline{U^2} = \frac{10^2 t_0 + 5^2 t_0 + 0\cdot t_0 + (-5)^2 t_0}{4t_0} = \frac{150}{4}\ (В^2)$$

$$U_д = \sqrt{\frac{150}{4}} = 6{,}1\ (В)$$

Ответ: $U_д = 6{,}1$ В.

N 6



A_1B_1 - „зайчик" на стене

1) В начальный момент времени:

$\Delta SCA \sim \Delta A_1OA$ => $\frac{OA_1}{SC} = \frac{H+h}{h}$,

$OA_1 = 3\sqrt{3}$ (м)

Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

шифр ТПО-11-12

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

№6 (продолжение) **Вариант** 1

$\triangle SBE \sim \triangle BDB_1 \Rightarrow \dfrac{BD}{BE} = \dfrac{B_1D}{SE}$, $BD = 3(\sqrt{3} + AB)$

$A_1B_1 = AD - OA_1 = AB + BD - OA_1 = \underline{4AB}$

2) В момент времени $t = 5c$

$SC = \sqrt{4h^2 - h^2} + vt = 10 + \sqrt{3}$ (м)

$OA_1 = 3(10 + \sqrt{3})$ м; $BD = 3(\sqrt{3} + 10 + AB)$

$A_1'B_1' = AB + BD - OA_1 = 4AB$

$\dfrac{A_1'B_1'}{A_1B_1} = \dfrac{4AB}{4AB} = 1$, значит размер не изменился.

Ответ: размер не изменился.

№2

$\begin{cases} \sin^4 x + \sin^5 y = 1 \\ \cos^3 x + \cos^7 y = 1 \end{cases}$ сложим уравнения:

$\sin^4 x + \cos^3 x + \sin^5 y + \cos^7 y = 2$

Очевидно?, что $\sin^4 x + \cos^3 x \le 1$ и $\sin^5 y + \cos^7 y \le 1$, тогда уравнение ~~равенство~~ превращается в тождество, если обе суммы равны 1,

т.е. $\begin{cases} \sin^4 x + \cos^3 x = 1 \\ \sin^5 y + \cos^7 y = 1 \end{cases}$ исходной системе удовлетворяют следующие решения данной системы:

$\left(\frac{\pi}{2} + \pi k;\ 2\pi n\right)$, $\left(2\pi k;\ \frac{\pi}{2} + 2\pi n\right)$, $k \in Z$, $n \in Z$.

Ответ: $\left(\frac{\pi}{2} + \pi k;\ 2\pi n\right)$; $\left(2\pi k;\ \frac{\pi}{2} + 2\pi n\right)$, $k \in Z$, $n \in Z$.

№4

начальный квадратный трёхчлен: $x^2 + 20x + 22$

конечный квадратный трёхчлен: $x^2 + 202x + 2$

12.

У нас трёхчлен вида: $x^2 + bx + c$, целые корни будут, если $b - c = 1$?. Почему В начальный момент: $b - c = -2$, а в конечный $b - c = 200$, т.к. мы можем менять ~~число~~ разность на один, то по дискретной непрерывности, ~~не~~ если мы получим из $b - c = -2$ $b - c = 200$, то был такой квадратный трёхчлен, у которого $b - c = 1$, и у которого были целые корни, ч.т.д.

Ответ: верно