Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

шифр 61/2-08-07.

| Задание | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | Всего |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Баллы | 12 | 12 | 12 | 14 | 0 | 10 | 0 | 0 | 60 |

**Вариант** 2

Задача 1

Пусть исходные последовательные числа – $n, n+1, n+2, n+3$ ($n \in \mathbb{N}$). Их можно разбить на пары 3 способами. Рассмотрим каждый из них.

1) $(n+3), (n+2)$ и $n, (n+1)$. Очевидно, что $(n+3)(n+2) > n(n+1)$

$$(n+3)(n+2) = n(n+1) + 2021$$
$$\cancel{n^2} + 5n + 6 = \cancel{n^2} + n + 2021$$
$$4n = 2015. \quad n \notin \mathbb{N}$$

2) $(n+3), (n+1)$ и $(n+2), n$. $(n+3)(n+1) > n(n+2)$

$$(n+3)(n+1) = 2021 + n(n+2)$$
$$\cancel{n^2} + 4n + 3 = 2021 + \cancel{n^2} + 2n$$
$$2n = 2018$$
$$n = 1009$$

3) $(n+3), n$ и $(n+2), (n+1)$

$$(n+3)n = 2021 + (n+2)(n+1)$$
$$n^2 + 3n = 2021 + n^2 + 3n + 2$$
$$0 = 2023$$

Противоречие

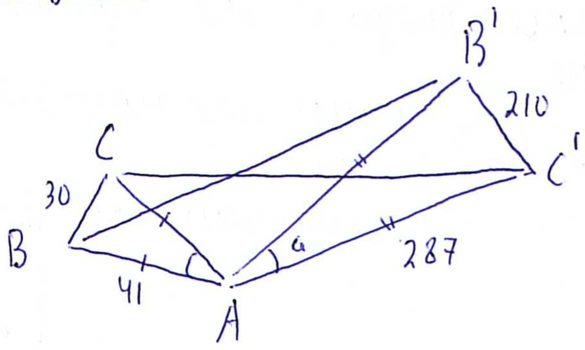
4)

$$(n+3)n + 2021 = (n+2)(n+1)$$
$$n^2 + 3n + 2021 = n^2 + 3n + 2$$
$$2019 = 0.$$

Противоречие

Значит, исходные числа – 1009, 1010, 1011 и 1012. +

Задача 2




Заметим, что

$$\frac{BA}{B'A} = \frac{CA}{C'A} = \frac{41}{287} = \frac{1}{7} \quad и$$

$$\frac{BC}{B'C'} = \frac{30}{210} = \frac{1}{7}.$$

Значит, $\triangle ABC \sim \triangle AB'C'$ по 3-ем сторонам.
В подобных треугольниках соответств~~енных~~ующие углы равны $\Rightarrow$ $\angle BAC = \angle B'AC' = a$. Значит,

$$\angle BAB' = \angle CAC' = \angle CAB' + a$$

$\triangle BAB' = \triangle CAC'$ по углу и 2-ум сторонам
($\angle BAB' = \angle CAC'$, $BA = CA$ и $B'A = C'A$).
Значит, $BB' = CC'$. Ч.Т.Д. +

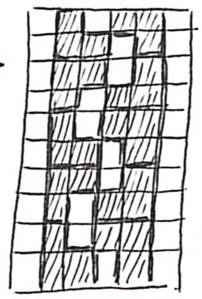
Задача 3

Пусть Петино число – $A$. $A = a^2 + 16a + 64 = (a+8)^2$ – квадрат натурального числа

Пусть $S(A)$ – сумма цифр числа $A$.
Заметим, что $S(A) = 1\cdot 2022 = 2022 \vdots 3 \Rightarrow A \vdots 3$.
Но, поскольку $A$ – точный квадрат, $A \vdots 9$
Но $S(A) = 2022 \not\vdots 9$. Противоречие.
Значит, Петя ошибся в расчетах +

Задача 4

Ответ: 10 уголков +
Пример (на 10): $\rightarrow$

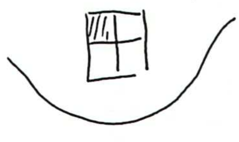


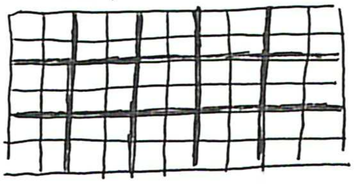
Теперь докажем необходимость 10 уголков для выполнения условия.

Пусть условие выполняется при меньшем числе уголков. Тогда непомеченных клеток будет больше, чем помеченных:

$$3\cdot x < 3\cdot 10 = 30 = \frac{6\cdot 10}{2},\ x \text{ – кол-во уголков},\ x<10$$

Можем заметить, что в таком случае найдется ~~квадрат 2·2~~, особая область (О.О.), в которой не более одной помеченной клетки. Тогда в нее можно поместить уголок. Противоречие.





$\leftarrow$ разбиение прямоугольника $6\cdot 10$ на О.О.: квадратики $2\cdot 2$

Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«ЮЖНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Институт высоких технологий и пьезотехники ЮФУ
(ИВТ и ПТ ЮФУ)

Примечание: график на след. странице

Задача 5

1) Температура ~~воо~~ окружающей среды ~~есть~~ равна температуре воды в момент начала нагревания. По графику находим, что $-5°C$.

2) Заметим, что мощность нагревателя пропорциональна конечной температуре:

$$N \sim T_K$$

При исходной мощности $N_0$: $T_K = 30°C$, нужно, чтобы чтобы довести воду до кипения, $T_K = 100°C$:

$$\frac{N_0}{N_{нов}} = \frac{N_{нов.}}{N_0} = \frac{100°C}{30°C} = \frac{10}{3} \approx 300,33\%$$

$$300,33\% - 100\% = \underline{200,33\%}$$

Задача 6

1) $V_{ср.}(17c) = \frac{x(17c)}{17c} = \frac{70\text{ м}}{17c} \approx 4,1 \text{ м/c}$

2) Заметим, что на отрезке $(17c;\ 28c)$ средняя скорость тела понижалась, ~~значит~~, а после $28c$ — повышалась, притом если ~~х~~ $y$ - прирост времени, то ~~10y~~ $10y$ - прирост координаты.

$$V_{ср.}(t) = \frac{70+10y}{28+y} = 4,1 = V_{ср.}(17c)$$

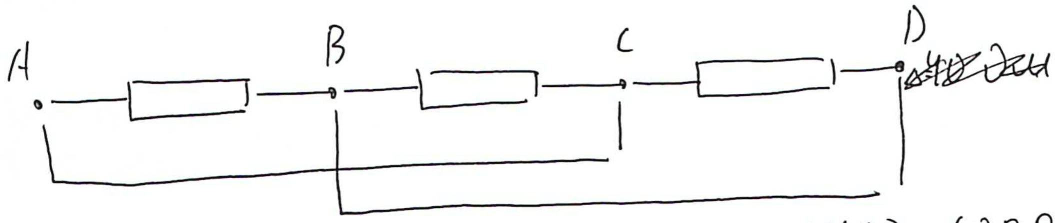
$$70+10y = 114,8+4,1y$$

$$5,9y = 44,8$$

$$y = \frac{44,8}{5,9} \approx 7,6\ (c)$$

$$t = 28c + 7,6c = \underline{35,6c}$$

## Задача 8




Ток идет по пути наименьшего сопротивления: либо по пути ~~A → A~~ A → C → D, либо по пути A → B → D. В любом случае, ток проходит через один резистор ⇒ пропускает два

$$\Delta R = 2 \cdot R_1 = 40 \text{ Ом} \quad (R_1 \text{ - сопротивление одного резистора})$$

$$R_1 = \underline{\underline{20 \text{ Ом}}}$$

## График к задаче 5