

Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

шифр 63-10-18

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	11	—	12	—	5	10	10	15	63

Вариант 1

1 из 4

н2/ Пусть эти числа  $n, n+1; n+2; n+3$

Рассмотрим 3 случая:

- 1)  $n$  и  $(n+1)$ ;  $(n+2)$  и  $(n+3)$
- 2)  $n$  и  $(n+2)$ ;  $(n+1)$  и  $(n+3)$
- 3)  $n$  и  $(n+3)$ ;  $(n+1)$  и  $(n+2)$

1)  $(n+2)/(n+3) - n/(n+1) = n^2 + 5n + 6 - n^2 - n = 4n + 6$  — разность простых чисел  
 $4n + 6 = 2022$  Проверка  $(504+2)/(504+3) - 504/(504+1) =$   
 $= 504 \cdot 504 + 5 \cdot 504 + 6 - 504 \cdot 504 - 504 =$   
 $= 504 \cdot 4 + 6 = 2022$ . Подходит  
 $4n = 2016$   
 $n = 504$

2)  $(n+1)/(n+3) - n/(n+2) = n^2 + 4n + 3 - n^2 - 2n = 2n + 3$  — нечетное число  $\neq 2022$   
 не подходит

3)  $(n+1)/(n+2) - n/(n+3) = n^2 + 3n + 2 - n^2 - 3n = 2 \neq 2022$   
 не подходит

Ответ: числа: 504; 505; 506; 507.

н3/ Рассмотрим знаменатель дроби:  $n^2 + pn + 2$

1) Если  $p \neq 2$ , тогда  $n^2 + pn + 2 = n(n+p) + 2$ : Если  $n$  — четное, то знаменатель четный, если  $n$  — нечетное, то  $n+p$  — четное  $\Rightarrow$  знаменатель четный  $\Rightarrow$  при  $p \neq 2$  знаменатель всегда четный  $\Rightarrow$  т.к. дробь является целым числом, то числитель тоже должен быть четным, иначе  $\frac{\text{неч}}{\text{чет}} \notin \mathbb{Z} \Rightarrow n^3 - pn + 1$  — нечетное  
 $n(n^2 - p) + 1$ , а поскольку разность четных чисел  $n(n^2 - p)$  — четно  $\Rightarrow$   $\Rightarrow$  нечетное — нечетное

2 из 4

Умножение  $\Rightarrow p=2$   
 2) Когда градус будет какой

$$\frac{n^3 - 2n + 1}{n^2 + 2n + 2}$$

Тогда мы можем найти ответ на группу соответствия

$$\begin{array}{r} n^3 - 2n + 1 \mid \frac{n^2 + 2n + 2}{n - 2} \\ \hline n^3 + 2n^2 + 2n \\ \hline -2n^2 - 4n + 1 \\ -2n^2 - 4n - 4 \\ \hline 5 \end{array}$$

$$\Rightarrow n^3 - 2n + 1 = (n^2 + 2n + 2)(n - 2) + 5 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{n^3 - 2n + 1}{n^2 + 2n + 2} = (n - 2) + \frac{5}{n^2 + 2n + 2}$$

$$n - 2 - \text{целое} \Rightarrow \frac{5}{n^2 + 2n + 2} = \frac{5}{(n+1)^2 + 1} - \text{целое}$$

$$\text{м.р. } (n+1)^2 + 1 \geq 1 \Rightarrow (n+1)^2 + 1 = 1 \text{ или } (n+1)^2 + 1 = 5$$

$$(n+1)^2 = 0$$

$$n = -1$$

$$(n+1)^2 = 4$$

$$n+1 = 2$$

$$n = 1$$

$$\text{или } n+1 = -2$$

$$n = -3$$

Проверка:

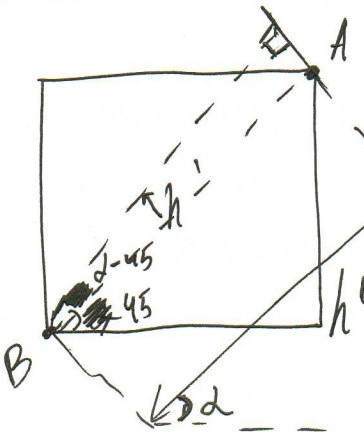
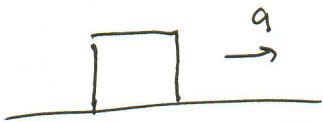
$$1) \begin{cases} p=2 \\ n=-1 \end{cases} \Rightarrow \frac{n^3 - pn + 1}{n^2 + pn + 2} = \frac{-1 + 2 + 1}{1 - 2 + 2} = \frac{2}{1} = 2 \in \mathbb{Z}$$

$$2) \begin{cases} p=2 \\ n=1 \end{cases} \Rightarrow \frac{n^3 - pn + 1}{n^2 + pn + 2} = \frac{1 - 2 + 1}{1 + 2 + 2} = 0 \notin \mathbb{Z}$$

$$3) \begin{cases} p=2 \\ n=-3 \end{cases} \Rightarrow \frac{n^3 - pn + 1}{n^2 + pn + 2} = \frac{-27 + 6 + 1}{9 - 6 + 2} = -\frac{20}{5} = -4 \in \mathbb{Z}$$

Ответ:  $\begin{cases} p=2 \\ n=-1 \end{cases}$  и  $\begin{cases} p=2 \\ n=-3 \end{cases}$

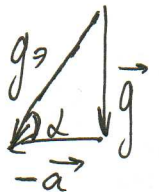
№5/



lg

Канонический вектор:  $\vec{g}_{\text{кан}} = \vec{g} - \vec{a}$

На какой высоте, измерив  $\vec{g}_{\text{кан}}$  будем видеть горизонт.



Точка А - н. м. горизонт  
 В - н. м. горизонт

$$\vec{r}_B = \vec{r}_A + \vec{g}_{\text{кан}} h'$$

$$h' = \sin(\alpha - 45) \cdot AB = \sqrt{2} \cdot L$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} L \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} (\sin \alpha - \cos \alpha) = L \cdot \left( \frac{g}{g_g} - \frac{a}{g_g} \right)$$

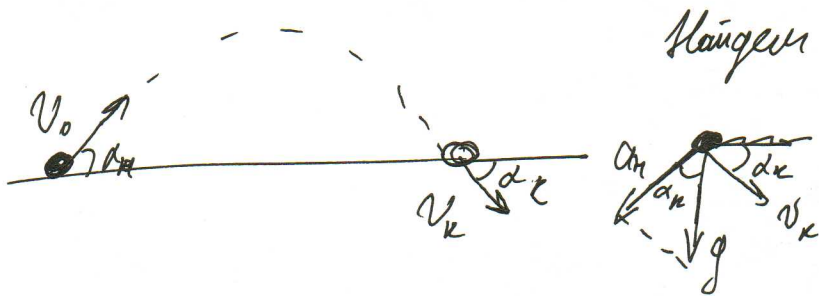


$$h' = L \cdot \frac{g-a}{g}$$

Тогда  $p_B = p_A + \rho g h' = p_A + \rho \cdot L \cdot (g-a) =$   
 $= 1000 \text{ Па} + 500 \text{ Па} = 1500 \text{ Па}$

Ответ: 1500 Па

№6) По з.с.т.  $v_k = v_0$ ;  $\alpha_k = \alpha_k \Rightarrow v_k = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ ;  $\alpha_k = 60^\circ$ .



Найдём  $\alpha_k$  в критической точке.

$$\Rightarrow a_k = g \cdot \cos \alpha_k =$$

$$= g \cdot \cos 60 = \frac{g}{2}$$

$$a_k = \frac{v^2}{R_{кр}} = \frac{g}{2} \Rightarrow R_{кр} = \frac{2v^2}{g}$$

$$R_{кр} = 20 \text{ м}$$

Ответ:  $R_{кр} = 20 \text{ м}$ .

№7) Пусть  $N$  - мощность лампы, а  $P$  - мощность чайника, тогда

$$N t_1 = Q \quad \text{и} \quad (P-N) t_2 = Q$$

$$N = \frac{Q}{t_1} \Rightarrow P - \frac{Q}{t_1} = \frac{Q}{t_2} \Rightarrow P = Q \left( \frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} \right)$$

$$\frac{P}{Q} = \frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} \quad ; \quad P = 1500 \text{ Вт по ум.}$$

$$Q = \rho V c \Delta t = 1,5 \cdot 4200 \cdot 5 \quad ; \quad t_1 = 120 \text{ с}; \quad t_2 = ?$$

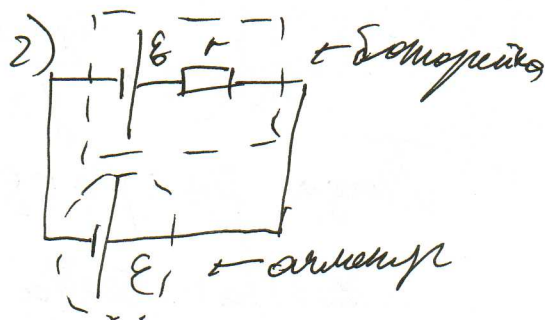
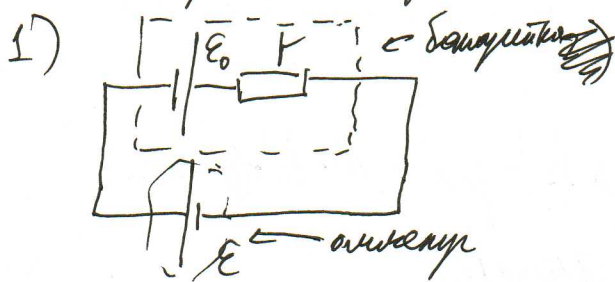
$$= 1500 \cdot 21$$

$$\frac{1500}{1500 \cdot 21} = \frac{1}{120} + \frac{1}{t_2} = \frac{1}{21} \Rightarrow \frac{1}{t_2} = \frac{1}{21} - \frac{1}{120} = \frac{120 - 21}{120 \cdot 21} =$$

$$= \frac{99}{2520} = \frac{11}{280} \Rightarrow t_2 = \frac{280}{11} = \frac{275 + 5}{11} = 25 + \frac{5}{11} \approx 25,5 \text{ с}$$

Ответ: 25,5 секунды.

Рассмотрим 2 случая



В первом случае  $\bar{I} = \frac{\varepsilon + \varepsilon_0}{r}$ , когда амперметр показывает

$$R_1 = \frac{\varepsilon}{\bar{I}} = r \cdot \frac{\varepsilon}{\varepsilon + \varepsilon_0}$$

Во втором случае  $\bar{I} = \frac{|\varepsilon - \varepsilon_0|}{r}$ , тогда  $R_2 = \frac{\varepsilon}{\bar{I} - \varepsilon_0} = r \cdot \frac{\varepsilon}{\varepsilon - \varepsilon_0}$

1) Если  $\varepsilon > \varepsilon_0$ , то  $R_2 = r \cdot \frac{\varepsilon}{\varepsilon - \varepsilon_0}$

2) Если  $\varepsilon < \varepsilon_0$ , то  $R_2 = r \cdot \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0 - \varepsilon}$

2)  $R_1 = r \cdot \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0 + \varepsilon} = 12 \text{ Ом}$

$R_2 = r \cdot \frac{\varepsilon}{\varepsilon - \varepsilon_0} = 20 \text{ Ом}$

$\Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{\varepsilon - \varepsilon_0}{\varepsilon_0 + \varepsilon} = 0,6; \varepsilon - \varepsilon_0 = 0,6\varepsilon_0 + 0,6\varepsilon$

$0,4\varepsilon = 1,1\varepsilon_0$

$\varepsilon = 4\varepsilon_0$

Тогда  $r = R_1 \cdot \frac{\varepsilon_0 + \varepsilon}{\varepsilon} = 12 \text{ Ом} \cdot \frac{5}{4} = 15 \text{ Ом}$

2)  $R_1 = r \cdot \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0 + \varepsilon} = 12 \text{ Ом}$

$R_2 = r \cdot \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0 - \varepsilon} = 20 \text{ Ом}$

$\Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{\varepsilon_0 - \varepsilon}{\varepsilon_0 + \varepsilon} = 0,6 \Rightarrow \varepsilon_0 = 4\varepsilon$

Тогда  $r = R_1 \cdot \frac{\varepsilon_0 + \varepsilon}{\varepsilon} = 5R_1 = 60 \text{ Ом}$

Ответ: ~~15~~ 15 или 60 Ом.