302556

Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

шифр ЕИ-55-11-20

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	10	6	13	14	10	2	1	10	66

Вариант 1

№1

$2b > 4a + c$

$4a - 2b + c < 0 \Rightarrow$ получаем что $ax^2 + bx + c < 0$ при $x = -2$.

р.м случай когда $a > 0$:

ветви графика направлены вверх и тогда $y = ax^2 + bx + c$ обязан иметь 2 пересечения с осью OX (рис1) т.к в противном случае мы не получим $y < 0$ при $x = -2$. (рис 2).

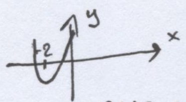


рис 1

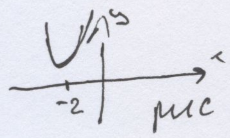


рис 2.

получаем что $ax^2 + bx + c = 0$ имеет 2 корня.

то есть $b^2 - 4ac > 0 \Rightarrow b^2 > 4ac$.

10б

р.м случай когда $a < 0$:

мы знаем, что $4a + c > 0 \Rightarrow c > -4a$; при $a < 0$ $-4a$ — положительное число значит $c > 0$.

из этого следует, что $y = ax^2 + bx + c$ пересекает OY в $y > 0$

тогда график $y = ax^2 + bx + c$ будет выглядеть так (рис 3)

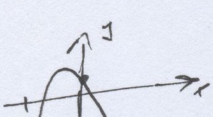


рис 3.

получаем, что $ax^2 + bx + c = 0$ имеет 2 корня т.к в противном случае $c < 0$. (рис 4).

поэтому $b^2 - 4ac > 0 \Rightarrow b^2 > 4ac$.

так же при $a = 0$ получаем что $4ac = 0$ и т.к мы знаем что $2b > 0 \Rightarrow b^2 > 0$ т.е $b^2 > 4ac$

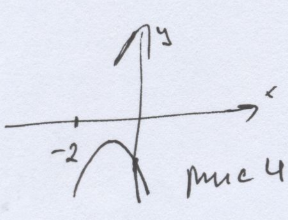


рис 4.

ч.т.д.

302556

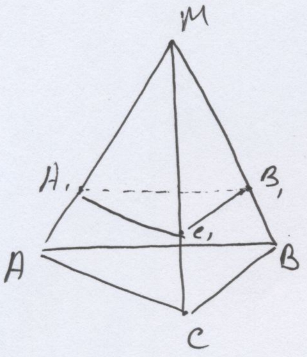
Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

шифр_______________

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

№3



$\frac{V_{ABCM}}{V_{A_1B_1C_1M}} = k^3 \Rightarrow k = \sqrt[3]{\frac{324}{96}} = \frac{3}{2}.$

получаем что: $\frac{MB_1}{MB} = \frac{MC_1}{MC} = \frac{2}{3}.$ и

$\frac{S_{MCB}}{S_{MC_1B_1}} = \frac{9}{4} \ (k^2).$

запишем $V_{ABCM} = \frac{1}{3} S_{MCB} \cdot h = 324,$

а $V_{AB_1C_1M} = \frac{1}{3} S_{MC_1B_1} \cdot h$ получим что.

$\frac{V_{ABCM}}{V_{AB_1C_1M}} = \frac{S_{MCB}}{S_{MC_1B_1}} = k^2 = \frac{9}{4}.$

$V_{AB_1C_1M} = \frac{4 \cdot V_{AB_1C_1M}}{9} = \frac{4 \cdot 324}{9} = 144$

Ответ: 144

13б

шифр____________

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

Вариант 1

~~(За один ход ... количество ... x ... разность ... $b-c$ ...~~
~~... $b-c = 200$)~~

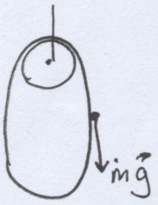
За один ход разность b и c меняется на 1. Первоначально $b-c=-2$; а в конце $b-c=200$, значит когда-то $b-c=1$
$\Rightarrow b = c+1$ $\quad x^2+(c+1)x+c \Rightarrow x(x+1)+c(x+1) \Rightarrow (x+c)(x+1)$;

$x_1 = -c$ и $x_2 = -1$ $\qquad -c \in \mathbb{Z}$ и $-1 \in \mathbb{Z}$ ч.т.д.

Ответ: да.

14б

№5



по II закону Ньютона:
$m\vec{g} = M\vec{a}$
$a = \frac{mg}{M}$.

$E_n = E_{kn} - A$ $\quad E_n = 0$ т.к обезьяна осталась на одном уровне

$\Rightarrow E_{kn} = A$.

$A = \frac{M(u(t))^2}{2}$; $\quad u(t) = at \Rightarrow A = \frac{Ma^2t^2}{2}$

$N = \frac{A}{t}$ ~~$= \frac{Ma^2t}{2} =$~~ ~~$= \frac{m^2g^2t}{2M} =$~~ $\qquad N = Ma^2t \qquad N = \frac{m^2g^2t}{M}$

$N = \frac{30^2 кг^2 \cdot 10^2 м^2/с^4 \cdot 2с}{5кг} = 36 кВт$

Ответ: 36 кВт.

10б

302556

Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

шифр_______________

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

№2.

1) $\sin^4 x = 1$ и $\sin^5 y = 0$. $\Rightarrow$ тогда $\cos^3 x = 0$ и $\cos^7 y = 1$.

$\sin x = \pm 1$ $\quad \sin y = 0$ $\quad \cos x = 0$ $\quad \cos y = 1$.

$x = \frac{\pi}{2} + \pi k$ $\quad y = \pi k$. $\quad x = \frac{\pi}{2} + \pi k$ $\quad y = \pi + 2\pi k$.

получаем корни $\underline{x = \frac{\pi}{2} + \pi k \text{ и } y = \pi + 2\pi k.\ k \in Z}$

2) $\sin^4 x = 0$ и $\sin^5 y = 1$. $\Rightarrow$ тогда $\cos^3 x = 1$ и $\cos^7 y = 0$

$\sin x = 0$ $\quad \sin y = 1$. $\quad \cos x = 1$. $\quad \cos y = 0$

$x = \pi k$ $\quad y = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$ $\quad x = \pi + 2\pi k$ $\quad y = \frac{\pi}{2} + \pi k$.

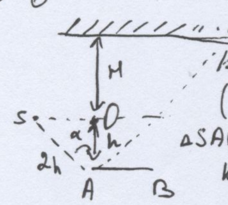
получаем корни $\underline{x = \pi + 2\pi k \text{ и } y = \frac{\pi}{2} + 2\pi k \quad k \in Z}$

6б

Ответ: $x = \frac{\pi}{2} + \pi k \quad y = \pi + 2\pi k$; $x = \pi + 2\pi k \quad y = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$.

№ 6

размеры солнечного зайчика прямо пропорциональны расстоянию зеркала от стены.

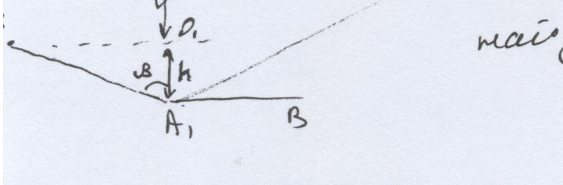


(AK = 6h
$\triangle SAO \sim \triangle KAO$
k = 3)

α - угол отражения = 60°

получаем что $SO = \cancel{\sqrt{h^2+}}\ \cancel{\sqrt{4h^2}} \sqrt{4h^2 - h^2} = h\sqrt{3} = \sqrt{3}$ м

через время $t = 5$ AB пройдет путь равный $S = vt = 2$ м/с $\cdot$ 5 с $= 10$ м. получим (рис. 1) $SO_1 = (10 + \sqrt{3})$ м.



$SA_1 = \sqrt{(10+\sqrt{3})^2 + 1} = \sqrt{104 + 20\sqrt{3}}$.

$A_1K_1 = 3SA \Rightarrow AK = 6\sqrt{26 + 5\sqrt{3}}$

найдем $\frac{A_1K_1}{AK} = \frac{6\sqrt{26+5\sqrt{3}}}{6} = \sqrt{26 + 5\sqrt{3}} \approx 6$.

2б

~~Ответ: 6.~~

Ответ: 6

302556

Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

шифр______________

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

№8.

Т.к поршень невесомый получаем что $p_0 = const$ на протяжении всего процесса.

O_2 имеет 2 атома ⇒ ~~=~~ при диссоциации газа на атомы $\nu \uparrow$ увеличивается в 2 раза.

$60\%\ O_2 + 2\cdot 40\%\ O$ ⇒ получаем что ν увеличилось в 1,4 раза.

запишем ~~М~~Менделеева-Клапейрона для начала и конца процесса:

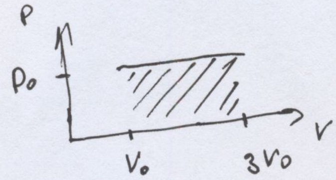
1) $p_0 V_0 = \nu R T_0$ $\Rightarrow T = \frac{3T_0}{1,4}$

2) $3p_0V_0 = 1,4\nu R T$.

5

10б

$A = + S$ площадь под графиком



$A = 3p_0V_0 - p_0V_0 \Rightarrow A = 1,4\nu R\frac{3T_0}{1,4} - \nu R T_0 = 2\nu R T_0 \Rightarrow A = 2\cdot 2моль\cdot 8,3\frac{Дж}{моль К}\cdot 300 =$ 9960 Дж.

Ответ: 9960 Дж.

№7

$U_д = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}}$ $U_д = \frac{10В}{\sqrt{2}} \approx 7,14$ В.

Ответ: 7,14В.

1б