Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

шифр 58-11-10

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	10	13	13	5	10	15	15	10	91

без изм без изменений

Вариант 1

$4b^2 > 16a^2 + 8ac + c^2$

$4b^2 - 8ac - 8ac > 16a^2 - 8ac + c^2$

$4(b^2 - 4ac) > (4a - c)^2$

$b^2 - 4ac > \frac{(4a - c)^2}{4} \geq 0$

$b^2 - 4ac > 0$

$b^2 > 4ac$ ч.т.д.

№8

Дано

$\nu_1 = 2$ моль

$F_{тр} = 0$

$m_{поршня} = 0$

$T_1 = 300K$

$V_2 = 3V_1$

$\nu_2 = 1{,}4\,\nu_1$

$A - ?$

Решение

т.к. $F_{тр} = 0$ и нагревают медленно $\Big\} \Rightarrow p = const \Rightarrow A = \cancel{pV}\, p\Delta V = p(V_2 - V_1) =$

$= p(3V_1 - V_1) = 2pV_1$

по ур-ию Менд-Клап: $pV_1 = \nu_1 R T_1$

$A = \cancel{2pV}\, 2\nu_1 R T_1 = 2 \cdot 2 \cdot 8{,}31 \cdot 300 = 9972$ Дж

Ответ: $A = 9972$ Дж.

№2

$$\begin{cases} \sin^4 x + \sin^5 y = 1 \\ \cos^3 x + \cos^7 y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \text{равносильно} \begin{cases} (\sin^4 x + \cos^3 x) + (\sin^5 y + \cos^7 y) = 2 \\ \sin^2 x + \cos^2 x = 1 \\ \sin^2 y + \cos^2 y = 1 \\ |\sin x| \le 1;\ |\cos x| \le 1 \\ |\sin y| \le 1;\ |\cos y| \le 1 \end{cases}$$

1) $\sin^4 x \cancel{+\sin y} \cos^3 x = 1$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin^4 x = 0 \\ \cos^3 x = 1 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} \sin^4 x = 1 \\ \cos^3 x = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin x = 0 \\ \cos x = 1 \end{cases} \qquad \begin{cases} \sin x = \pm 1 \\ \cos x = 0 \end{cases}$$

$x = 2\pi n, n \in Z$ $\qquad x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z$

2) $\sin^5 y + \cos^7 y = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin^5 y = 0 \\ \cos^7 y = 1 \end{cases}$ или $\begin{cases} \sin^5 y = 1 \\ \cos^7 y = 0 \end{cases}$

$$\begin{cases} \sin y = 0 \\ \cos y = 1 \end{cases} \qquad \begin{cases} \sin y = 1 \\ \cos y = 0 \end{cases}$$

$y = 2\pi k, k \in Z$ $\qquad y = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in Z.$

$\left(\frac{\pi}{2} + \pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi k\right); \left(\frac{\pi}{2} + \pi n; 2\pi k\right); \left(2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi k\right); (2\pi n; 2\pi k); n, k \in Z$

Проверка:

1. $\left(\frac{\pi}{2} + \pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi k\right)$ —
$1 + 1 \ne 1$

2. $\left(\frac{\pi}{2} + \pi n; 2\pi k\right)$ +
$\begin{cases} 1 + 0 = 1 \\ 0 + 1 = 1 \end{cases}$

3. $\left(2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi k\right)$ +
$\begin{cases} 0 + 1 = 1 \\ 1 + 0 = 1 \end{cases}$

4. $(2\pi n; 2\pi k)$
$0 + 0 \ne 1.$

Ответ: $\left(\frac{\pi}{2} + \pi n; 2\pi k\right); \left(2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi k\right); n, k \in Z.$

№4

$x^2-(a+b)x+ab=0$, $a,b\in Z$

$$\begin{cases} -202\le a+b\le -20 \\ 2\le ab\le 22 \end{cases}$$

$\Downarrow$

Если • $a=2;\ b=11 \Rightarrow a+b=13\notin(-202;-20)$

• $a=-2,\ b=-11 \Rightarrow a+b=-13\notin(-202;20)$

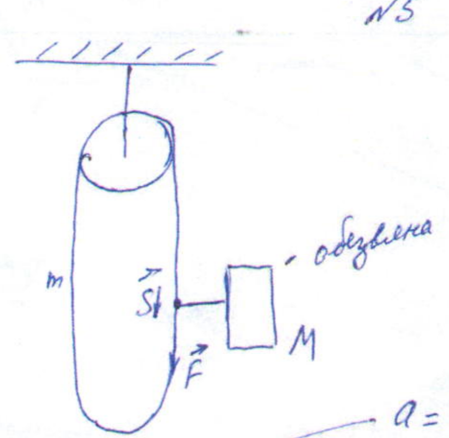
• $a=-1;\ b=-22 \Rightarrow a+b=-23\in(-202;-20) \Rightarrow$ многочлен $x^2+23x+22$ имеет целые корни ~~$x=11$~~ $x_1=-1$; $x_2=-22$ и может быть получен из исходного

Ответ верно.

№5

Дано:
M – обезьяна
M = 30 кг
m = 5 кг
– верёвка
$v_{0\,обез}=0$
t = 2с
$v_{обез}=0$
$v_{вер}=0$
$F_{тр}=0$

P – ?



Мгновенная мощность

$P=A'(t)$

сила действ. со стороны обезьяны на верёвку

$A=F\cdot S\cos\alpha$ – движется только верёвка

По 2 з Н для вер.: $F=ma$

$a=\frac{F}{m}=\frac{Mg}{m}$

$S=\frac{at^2}{2}=\frac{Mg\,t^2}{2m}$

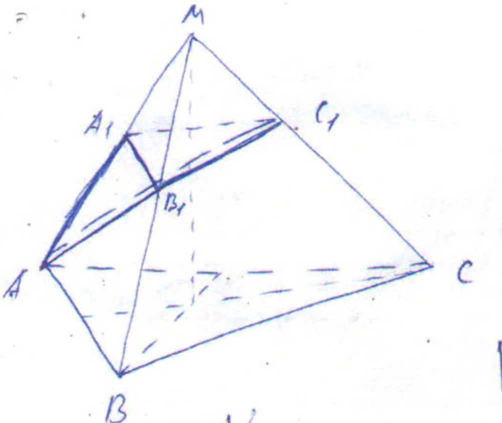
$A=Mg\cdot\frac{Mg\,t^2}{2m}=\frac{M^2g^2\cdot t^2}{2m}$

По 3 з Н:
$F=T$ для взаимод. обез. и вер.
по 2 з Н: для обез.:
$T-Mg=0$ – обез. не движ. отн. Земли
$Mg=T$

$P=A'(t)=\frac{M^2g^2}{\cancel{2}m}\cdot\cancel{2}t=\frac{30^2\cdot10^2\cdot2}{5}=\frac{900\cdot100\cdot2}{5}=36000\ Вт=36\ кВт$

Ответ $P=36\ кВт$

№3



$V_{MABC} = 324$

$V = A_1B_1C_1 = 96$

$\frac{MA_1}{MA} = k^3 = \frac{96}{324} = \frac{8}{27} = \left(\frac{2}{3}\right)^3$

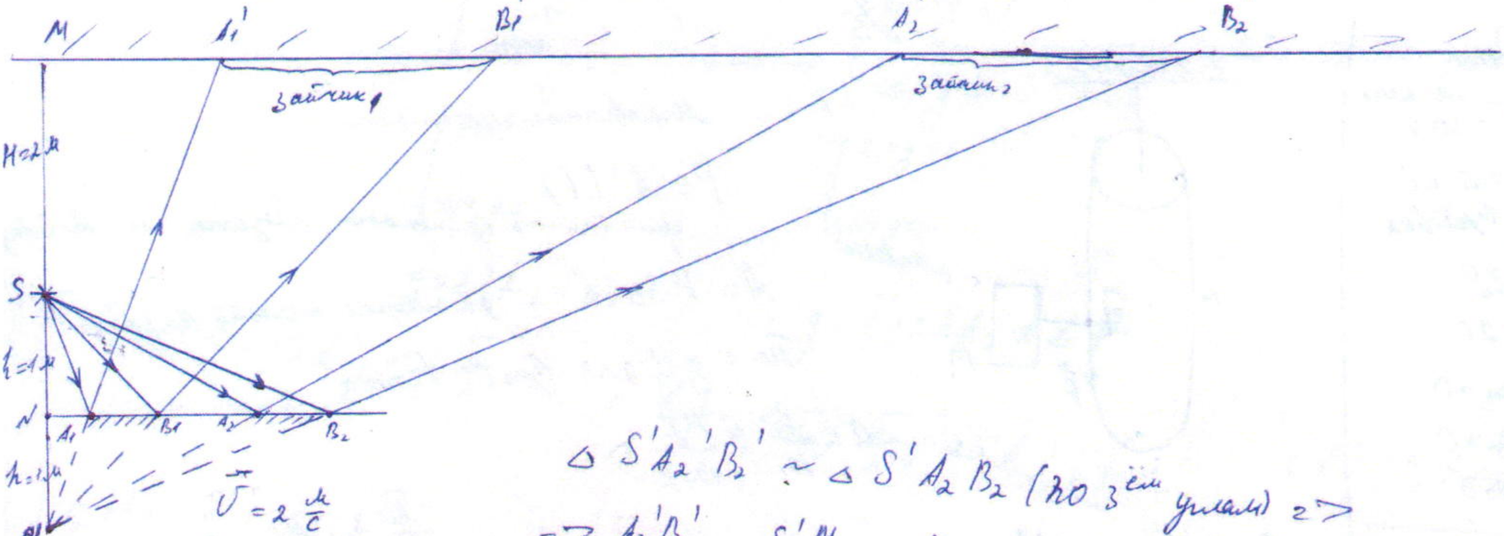
$V_{MAB_1C_1} = \frac{1}{3}\cdot\rho(A;(MBC))\cdot S_{\triangle MB_1C_1} = \frac{1}{3}\rho(A;(MBC))\cdot\frac{4}{9}\cdot S_{\triangle MBC}$

$V_{ABMC} = \frac{1}{3}\rho(A;(MBC))\cdot S_{\triangle MBC} = 324$

$= \frac{4}{9}\cdot V_{ABMC} = \frac{4}{9}\cdot 324 = 144$

Ответ $V_{MAB_1C_1} = 144$

№6



$\frac{A_2'B_2'}{A_1'B_1'}$ — ?

$\triangle S'A_2'B_2' \sim \triangle S'A_2B_2$ (по $3^{ем}$ углам) $\Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{A_2'B_2'}{A_2B_2^*} = \frac{S'M}{S'N} = \frac{4}{1} \Rightarrow A_2'B_2' = 4A_2B_2 = 4\underline{AB}$

длина зеркала

$\triangle S'A_1'B_1' \sim \triangle S'A_1B_1 \Rightarrow \frac{A_1'B_1'}{A_1B_1} = \frac{S'M}{S'N} = \frac{4}{1} \Rightarrow A_1'B_1' = 4AB$

$\frac{A_2'B_2'}{A_1'B_1'} = \frac{4AB}{4AB} = 1 \Rightarrow$ размер солнечного зайчика не изменилось.

Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

шифр 58-11-10

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

№7

Действующее значение тока – это такой постоянный ток, при котором в цепи выделяется столько же теплоты за время t, равное периоду колебаний как и при переменном токе за T колебание.

Аналогично и действующее напряжение:

по з. Дж-Ленца: $Q = I^2Rt$, а по з. Ома $I = \frac{U}{R} \Rightarrow Q = \frac{U^2}{R}t$

по рис. и условию $T_{\text{колеб. напряж}} = 4t_0$, $\Rightarrow Q = \frac{U_g^2}{R} \cdot 4t_0$

На интервалах от 0 до t_0, от t_0 до $2t_0$ и т.д. напряж. постоянные $\Rightarrow$

$\Rightarrow Q = \frac{U_1^2}{R}t_0 + \frac{U_2^2}{R}t_0 + \frac{U_3^2}{R}t_0 + \frac{U_4^2}{R}t_0$

приравн. прав. части:

$$\frac{U_g^2}{R} \cdot 4t_0 = \frac{U_1^2}{R}t_0 + \frac{U_2^2}{R}t_0 + \frac{U_4^2}{R}t_0$$

$$4U_g^2 = U_1^2 + U_2^2 + U_4^2$$

$$U_g = \sqrt{\frac{U_1^2 + U_2^2 + U_4^2}{4}} = \sqrt{\frac{100+25+25}{4}} = \sqrt{\frac{150}{4}} = 5\sqrt{\frac{6}{4}} = 5\sqrt{\frac{3}{2}} \text{ В.}$$

Ответ $U_g = 5\sqrt{\frac{3}{2}}$