



Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

шифр 1039-11-01

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	10	-	13	2	10	15	0	15	65

Вариант 1

1. $2b > 4a + c > 0$, Доказать: $b^2 > 4ac$

$$b > 2a + \frac{c}{2}$$

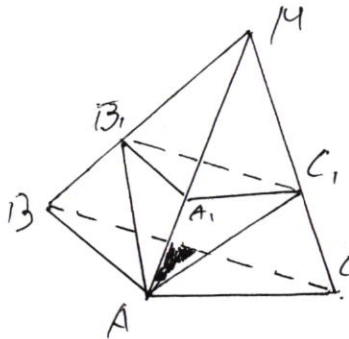
$$\text{т.к. } b > 0 \Rightarrow b^2 > 4a^2 + 2ac + \frac{c^2}{4}$$

$$b^2 > (2a - \frac{c}{2})^2 + 4ac$$

$$\text{т.к. } (2a - \frac{c}{2})^2 \geq 0 \Rightarrow b^2 > 4ac \quad \text{з.т.д.}$$

(+)

3.



Дано: $MABC$ - пирамида, $(A_1B_1C_1) \parallel (ABC)$

$A_1 \in AM$, $B_1 \in BM$, $C_1 \in CM$

$$V_{MABC} = 324 \quad V_{MA_1B_1C_1} = 96$$

Найти: $V_{MA_1B_1C_1}$

$$ABC \sim A_1B_1C_1$$

$$K^3 = \frac{V_{MA_1B_1C_1}}{V_{MABC}} \Rightarrow K = \frac{2}{3}$$

Рассмотр ABC и $A_1B_1C_1$, где ABC - основание

$$h - \text{общая высота } ABC \text{ и } A_1B_1C_1 \Rightarrow \frac{V_{ABC}}{V_{A_1B_1C_1}} = \frac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}} = K^2$$

$$\Rightarrow V_{MA_1B_1C_1} = \frac{4}{9} \cdot 324 = 144 \text{ ед}^3 \quad \text{Ответ: } 144 \text{ ед}^3$$

(+)

4. $x^2 + 20x + 22$ преобразуется в $x^2 + 202x + 2$

$$b = 20 \quad c = 22 \text{ преобразуется в } b = 202 \quad c = 2$$

$$x^2 + bx + c = 0 - \text{будет иметь целые корни, при } b = c + 1$$

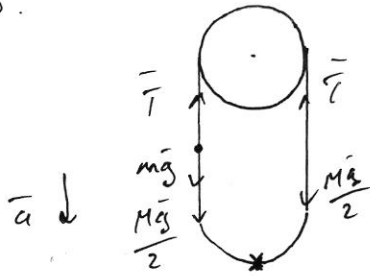
т.к. $b \uparrow$, а $c \downarrow$ (не факт, но постепенно увеличивается или постоянно уменьшается) и начальное положение $b = 20, c = 22$ ($b < c$), то для тех значений b и c где $b = c + 1$ есть три случая, где $b = c + 1$

(-)

Ответ: да, верно.

см. на обратной стороне →

5.



По II закону Ньютона:

$$\frac{Mg}{2} + mg - \bar{T} = \frac{Ma}{2} \quad \left| \quad Ma = mg \Rightarrow a = \frac{mg}{M} \right.$$

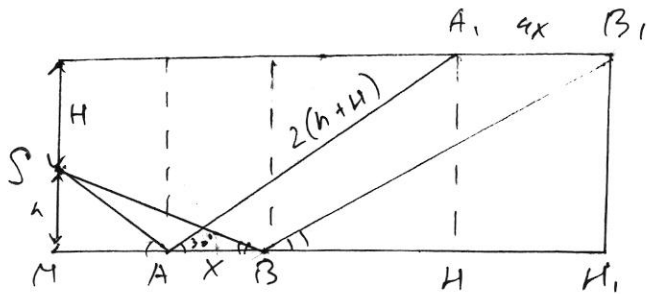
$$\bar{T} - \frac{Mg}{2} = \frac{Ma}{2}$$

$$v = at$$

$$P = \frac{A}{t} = \frac{Fv}{t} = Fv \quad \left| \quad P = Fv = \frac{(mg)^2 t}{M} = \frac{(300)^2 \cdot 2}{5} = \right.$$

$$= 36000 \text{ Вт} = 36 \text{ кВт} \quad \text{Ответ: } 36 \text{ кВт}$$

6.



$$AB = x$$

$$A_1B_1 = B_1H_1 + AB - AH$$

$$AH = 2(h+H) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}(h+H)$$

$$AM = h\sqrt{3} \quad B_1M = h\sqrt{3} + x$$

$$\frac{SM}{BM} = \frac{B_1H_1}{B_1M} \Rightarrow B_1H_1 = \frac{BM \cdot B_1M}{SM} = \frac{(h\sqrt{3} + x)(H+h)}{h}$$

$$A_1B_1 = \frac{(h\sqrt{3} + x)(H+h)}{h} + x - \sqrt{3}(h+H) = 4x$$

Ответ: 1 (не существует)

8. Кол-во вещества (ν) увеличилось в 1,4 раза, т.к. $40\% \frac{1}{2}$ молекул кислорода диссоциирует на атомы.

$$\nu_2 = 1,4 \nu_1 = 2,8 \text{ моль}$$

т.к. процесс — изобарный. по уравнению Менделеева — Клапейрона

$$pV = \nu RT \Rightarrow T_2 = \frac{30}{14} T_1 = \frac{30 \cdot 300}{14} \approx 643 \text{ К}$$

$$A = p \Delta V = \nu_2 R T_2 - \nu_1 R T_1 = (2,6 \cdot 8,31 \cdot 643) - (2 \cdot 8,31 \cdot 300) \approx 9975 \text{ Дж}$$

Ответ: 9975 Дж

7. Действ. амплитудные значения, или амплитуды напряжений

$$\text{измерены на } \sqrt{2} \quad U_{a, \text{ амплитуды}} = \frac{U_2 - U_1}{2} = \frac{10 + 5}{2} = 7,5 \text{ В}$$

$$\Rightarrow U_{g, \text{ дейст. }} = \frac{U_a}{\sqrt{2}} = \frac{7,5}{\sqrt{2}} \text{ В} \quad \text{Ответ: } \frac{7,5}{\sqrt{2}} \text{ В}$$