шифр ЕИ-55-8-12

Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	12	12	12	14		15	12	10	87

Вариант 1

№1 страница 1

Возьмём 4 последовательные натуральные числа

n

$n+1$

$n+2$

$n+3$

Разберём 3 возможных варианта разделение этих чисел на 2 группы.

I) $(n+1)(n+2) - n(n+3) = 2022$

$n^2 + 2n + n + 2 - n^2 - 3n = 2022$

$2022 = 2$

$2020 = 0$

Итог - решений нет $\Rightarrow$ не подходит.

II) $(n+2)(n+3) - n(n+1) = 2022$

$n^2 + 3n + 2n + 6 - n^2 - n = 2022$

$4n + 6 = 2022$

$4n = 2016$

$n = 504$

Итог - число натуральное, подходит

12б

III) $(n+1)(n+3) - n(n+2) = 2022$

$n^2 + 3n + n + 3 - n^2 - 2n = 2022$

$2n + 3 = 2022$

$2n = 2019$

$n = 1009,5$

Итог - число не натуральное, не подходит

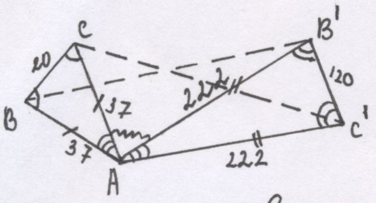
Подойдём II вариант $\Rightarrow$ $n = 504$; $n+1 = 504+1 = 505$; $n+2 = 504+2 = 506$; $n+3 = 504+3 = 507$.

Ответ: 504; 505; 506; 507.

см. продолжение →

страница 2

№2



Дано: $\triangle ABC$ и $\triangle AB'C'$ - р/б

$AB=AC=37$; $BC=20$; $AB'=AC'=222$; $B'C'=120$

Доказать: $BB'=C'C$

Доказательство:

1) $\measuredangle$ $\triangle ABC$ и $\triangle AB'C'$. Докажем, что эти треугольники подобные.

$$\frac{AB'}{AC}=\frac{AC'}{AB}=\frac{B'C'}{BC}$$

$$\frac{222}{37}=\frac{222}{37}=\frac{120}{20}=k$$

$6=6=6=k \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle AB'C'$ по III признаку подобия.

2) Из доказательства $\triangle ABC \sim \triangle AB'C' \Rightarrow \angle C'=B$; $\angle C=\angle B'$; $\angle CAB=\angle C'AB'$;

$\angle B=\angle C$ и $\angle B'=\angle C'$ потому что $\triangle ABC$ и $\triangle AB'C'$ - равнобедренные по условию. $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle B=\angle B'=\angle C=\angle C'$

3) $\measuredangle$ $\triangle ABB'$ и $\triangle ACC'$

$\angle CAB'$ - общий; $\angle BAC=\angle B'AC' \Rightarrow \angle BAB'=\angle CAC'$

По условию $BA=AC$; $B'A=AC' \Rightarrow \triangle ABB'=\triangle ACC'$ по I признаку равенства треугольников

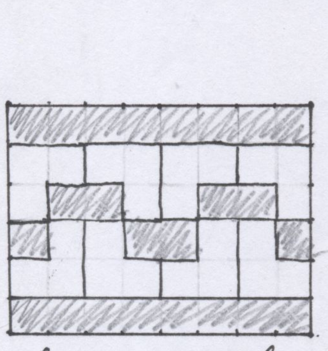
Из равенства следует, что элементы этих треугольников соответственно равные $\Rightarrow$

$\Rightarrow BB'=C'C$ ч.т.д.

12б

№4

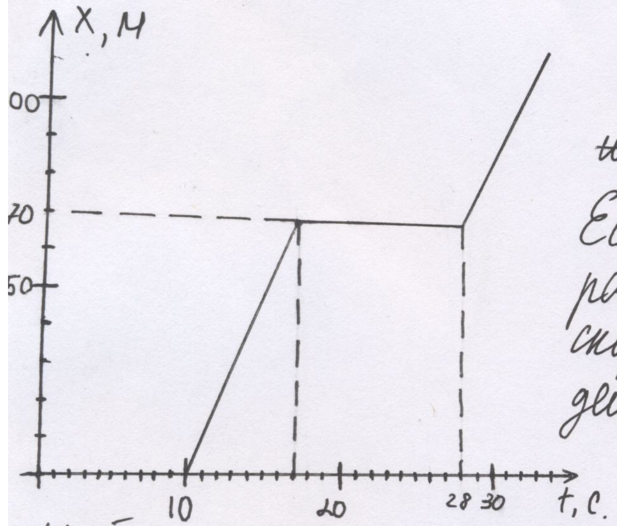
14б



Дан прямоугольник 6×8 найдём его площадь $S=6\cdot 8=48 \Rightarrow$ этот прямоугольник состоит из 48 клеток можем поделить его на 12 квадратов 2×2 В каждом квадрате у нас должно быть закрашено минимум 2 клетки Таким образом будет закрашено 24 клетки. на уголки останется $48-24=24$ клетки Уголки по 3 клетки $\Rightarrow 24:3=8$ (уголков) получится.

Ответ: наименьшее кол-во уголков будет 8.

№ 6



(~~Если тело движется~~ ~~без ускорения~~ ~~или остается в покое то~~)

Если мы ищем t_0, а оно равно 28 секунд, то средняя скорость равна всё расстояние делить на всё время =>

$S = 70м$; $t = 28с$. => $V_{ср} = \frac{70м}{28с} = 2,5 м/с$

Найдем на каких участках $V_{ср}$ была такой же.

1) $S = 100м$; $t = 31с$ $V_{ср} = \frac{100м}{31с} \approx 3,23 м/с$ ⊖

2) $S = 110м$; $t = 32с$ $V_{ср} = \frac{110м}{32с} \approx 3,44 м/с$ ⊖

3) $S = 120м$; $t = 33с$ $V_{ср} = \frac{120м}{33с} \approx 3,64 м/с$ ⊖

Следуя из этих примеров можно понять, что $V_{ср}$ увеличивается и больше 2,5

Рассмотрим промежуток времени от 10 до 28 секунд.

1) $S = 30м$; $t = 13с$ $V_{ср} = \frac{30м}{13с} \approx 2,3 м/с$

2) $S = 40м$; $t = 14с$ $V_{ср} = \frac{40м}{14с} \approx 2,86 м/с$

3) $S = 35м$; $t = 14с$ $V_{ср} = \frac{35м}{14с} = 2,5 м/с$

Ответ: $V_{ср} = 2,5 с$; такая же $V_{ср}$ была на $t_0 = 14$ секунд.

см. продолжение

15

№8

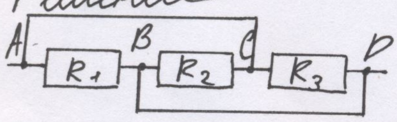
Дано:

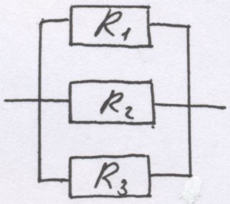
$R = 10$ Ом

$R_1 = R_2 = R_3$

$R_1 - ?$

Решение





$R = 3R_1$

$R_1 = R_2 = R_3$

$R_1 = \frac{R}{3}$

$\Delta R = R - R_1$

$\Delta R = 10$ Ом

$\Delta R = 3R - \frac{R_1}{3} = \frac{8}{3} R_1$

$R_1 = \frac{\Delta R_1 \cdot 3}{8} = \frac{30}{8} = 3{,}75$ Ом

Ответ: $R_1 = 3{,}75$ Ом.

10 б

№7

Дано:

$t_1 = 40°C$

$t_2 = 60°C$

$c_в = 4200 \frac{Дж}{кг \cdot °C}$

$\Delta t_1 = \Delta t_к$

$\rho_т = 900 \frac{кг}{м^3}$

$\rho_в = 1000 \frac{кг}{м^3}$

$c_т = 2100 \frac{Дж}{кг \cdot °C}$

$t_к - ?$

Решение:

$c_т V_т \rho_т = c_к V_к \rho_к$ (т.к. $c_т m_т \Delta t_1 = c_к m_к \Delta t_к$)

$c_т \rho_т = c_к \rho_к$

$\cancel{c_т} c_к \rho_к (t_0 - t_к) + c_в \frac{9}{10} \rho_в (t_0 - t_2) + c_т \frac{\rho_т}{10} (t_0 - t_1) = 0$

Домножим на 10

$c_т \rho_т (10 t_0 - t_к + t_0 - t_1) + 9 c_в \rho_в (t_0 - t_2) = 0$

$t_2 - t_0 = t_0 - t_1$

$t_2 + t_1 = 2t_0$

$t_0 = 50°C$

$c_т \rho_т \cdot (11 t_0 - t_1 - t_к) = 9 \rho_в c_в (t_2 - t_0)$

$t_к = 11 t_0 - t_1 - \frac{9 c_в \rho_в (t_2 - t_0)}{c_т \rho_т}$

$t_к = 11 \cdot 50°C - 40°C - \frac{9 \cdot 4200 \frac{Дж}{кг \cdot °C} \cdot 1000 \frac{кг}{м^3} (60°C - 50°C)}{2100 \frac{Дж}{кг \cdot °C} \cdot 900 \frac{кг}{м^3}}$

$= 550°C - 40°C - 200°C = 310°C$

Ответ: $t_к = 310°C$

12 б

см. продолжение

№3

$a^2+49-14a$ – число, которое получил Петя
Это выражение можно представить $(a-7)^2$, то есть в виде квадрата некоторого выражения.
Так как в десятичной записи числа оказались только нули и 2022 единицы
То это удивительное число по ~~принципам~~ признакам делимости делится на 3 (сумма цифр такого числа кратна трём), но не делится на 9. Мы знаем, что если число делится на 3, то его квадрат должен обязательно делится на 9, а значит и сумма цифр тоже должна делиться на 9. В нашем случае это невозможно.
Ответ: Петя ошибся.

12б