шифр 1080-11-12

Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	10	3	10	–	10	15	7	15	70

Вариант 2

№1 $3b > 9a+c > 0$

$\begin{cases} 3b > 0 \\ 9a+c > 0 \end{cases} \Big| \wedge^2$

$9b^2 > (9a+c)^2 \qquad 9b^2 > 81a^2 + 18ac + c^2 \quad |:9$

$b^2 > 9a^2 + 2ac + \frac{c^2}{9} \qquad \left.\begin{matrix} 9a^2 \geq 0 \\ \frac{c^2}{9} \geq 0 \end{matrix}\right\} \to b^2 \geq 2ac$

Докажем, что $9a^2 + \frac{c^2}{9} \geq 2ac \to 9a^2 + 2ac + \frac{c^2}{9} \geq 4ac$

$9a^2 + \frac{c^2}{9} \geq 2ac \;|\cdot 9$

$81a^2 + c^2 \geq 18ac$

$81a^2 - 18ac + c^2 \geq 0$

$(9a-c)^2 \geq 0 \qquad (9a-c)^2 \to$ всегда больше 0

Заменим $9a^2 + \frac{c^2}{9}$ на $2ac$

$b^2 > 9a^2 + 2ac + \frac{c^2}{9} \to b^2 > 4ac$ ч.т.д.

№2 $+\begin{cases} \sin^3 x + \sin^4 y = 1 \\ \cos^3 x + \cos^5 y = 1 \end{cases}$

$\sin^3 x + \cos^3 x + (\sin^4 y + \sin^5 y) = 2$

$(\sin x + \cos x)\underbrace{\left(1-\frac{1}{2}\sin 2x\right)}_{\le 1} + \underbrace{(\sin^4 y + \cos^5 y)}_{\le 1} = 2$

Значит, $(\sin x + \cos x)\left(1-\frac{1}{2}\sin 2x\right) = 1$ $\qquad \sin^4 y + \cos^5 y = 1$

$\begin{cases} \sin x + \cos x = 1 \\ 1-\frac{1}{2}\sin 2x = 1 \end{cases}$

$1 + tg\, x = 1$

$tg\, x = 0$

$x = \pi k,\ k \in Z$

Проверка:

$1 - \frac{1}{2}\sin 2\pi k = 1$

$\sin 2\pi k = 0$

$0 = 0$

~~sin 3~~

$\sin^4 y + \cos^5 y = 1$

$\sin^4 y = 1 - \sin^3 x$

$\cos^5 y = 1 - \cos^3 x$

$(1 - \sin^3 x) + (1 - \cos^3 x) = 1$

$(1 - \sin^3 \pi k) + (1 - \cos^3 \pi k) = 1$

$\cos^5 y = \cancel{A} \pm 1 \qquad \cos y = 0$

$1 + 0 = 1$ верно при $x = \pi k$ $\qquad y = \frac{\pi}{2} + \pi k,\ k \in Z$

Ответ: $x = \pi k,\ k \in Z;\ y = \frac{\pi}{2} + \pi k,\ k \in Z$

№8 Дано:

$\nu_1 = 4$ моля

$T = 350$ К

$V_2 = 2V$

$A = ?$

$p = const$

изобар. $\nu_2 = 1{,}6\,\nu_1$

$T_2 = ?$ $\qquad \nu_1 R T = \frac{\nu_2 R T_2}{2}$

$T_2 = \frac{\nu_1 \cancel{R} T}{\nu_2 \cancel{R}} = 437{,}5$ К

$A = P\Delta V = \nu R \Delta V = \nu_2 R T_2 = 11634$ Дж

Ответ: 11634 Дж

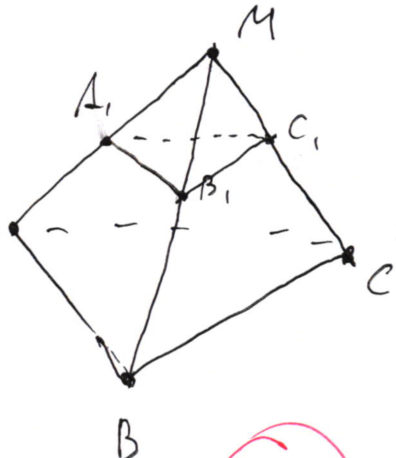
Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

шифр ЮЭ0-11-12

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 2

№3



$V_{MABC} = 375$

$V_{MA_1B_1C_1} = 81$

$V_{ABCM} = 375$

$\frac{V_{MABC}}{V_{A_1MB_1C_1}} = \frac{375}{8} = k^3$

±

$k^3 = \frac{125}{27}$ $k = \frac{5}{3}$

$\frac{AM}{A_1M} = \frac{5}{3}$

$V_{\cancel{A_1ABC_1}} = 81 \cdot \frac{5}{3} = 135$ $\sim$ $V_{C_1MA_1B_1} = 81$

Ответ: ~~8~~ 135

№7 $U_{дет} = \sqrt{\frac{U_1^2 + U_2^2 + U_3^2 + U_4^2}{n}}$

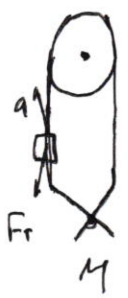
$A = N_0 \cdot T = \frac{U_1^2}{R} t_1 + \frac{U_2^2}{R} t_2 + \frac{U_3^2}{R} t_3 + \frac{U_4^2}{R} t_4$

$U = \sqrt{\frac{(50)^2 + (100)^2 + (-50)^2 + (50^2)}{4}} = 25\sqrt{7}\ B \approx 66,14B$

Ответ: ~~$25\sqrt{7}$ B~~ 66,14B

1030-11-12

√5



$F_T = Ma$

$F_T = mg$

$M = 8$ кг $m = 20$ кг $t = 3$ с

$a = \frac{mg}{M} = \frac{200}{8} = 25\ \frac{м}{с^2}$

$v = at$ $v_0 = 0$

$v = 25 \cdot 3 = 75\ \frac{м}{с}$

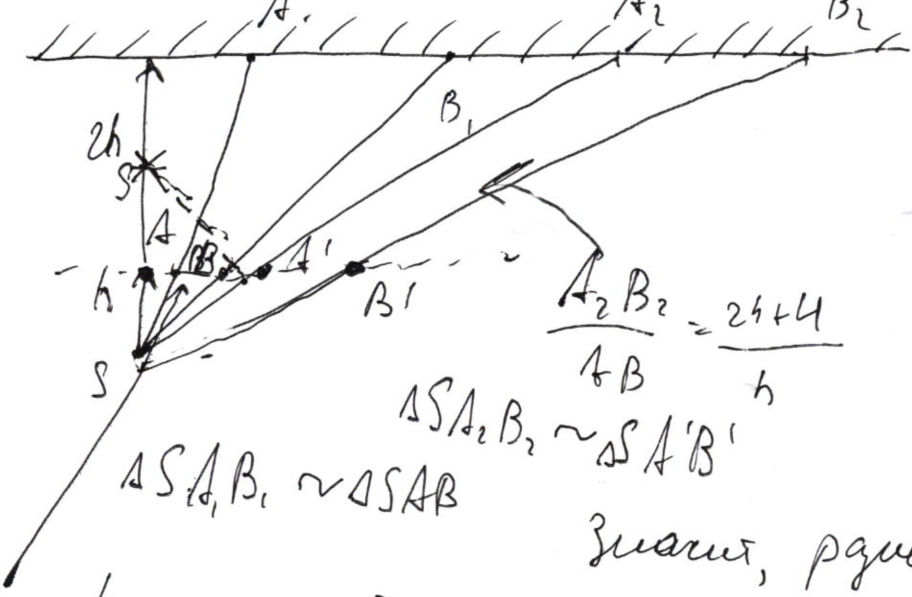
$N = \frac{A}{t} = \frac{F_T S}{t} = \cancel{F_T S}\ F_T v$

$N = F_T \cdot v = 200 \cdot 75 = 15000$ Вт $=$

$= 15$ кВт

Ответ: 15 кВт

√6



$\frac{A_2B_2}{AB} = \frac{2h+4}{h}$

$\Delta SA_2B_2 \sim \Delta SA'B'$

$\Delta SA_1B_1 \sim \Delta SAB$

Значит, размеры зайчика не изменились

$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{h}{2h+4} = \cancel{\frac{2}{4+3} = \frac{2}{7}}$ ~~раза~~

Ответ: не изменилось.