Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

шифр 52-9-4

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	11	12	0	14	0	15	10	15	77 б.

Вариант 1

№1.

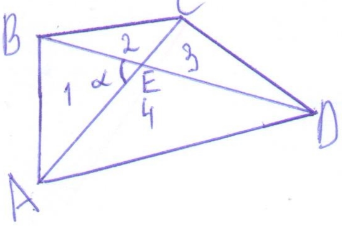
Если число ~~не делит~~ заканчивается на 1, оно не кратно 2 или 5. Значит вычёркиваем все чётные множители (1011 множителей) и все нечётные множители кратные 5, т.к. чётные множители мы уже вычеркнули (202 множителя).

На последнюю цифру числа влияют лишь последние числа множителей. Не вычеркнутыми остались множители заканчивающиеся на 1, 3, 7, 9. Множители заканчивающиеся на 1 не влияют на последнюю цифру. Из оставшихся множителей, на каждый оканчивающийся 3 приходится 1 множитель оканчивающийся на 7. Эти пары при умножении дают 1 на конце (например 21). Девятки в парах также дают 1 (например 9·19=171). В ряду 202 множителя x с 9 на конце, поэтому нет необходимости вычёркивать ещё множители.

~~1212~~ 1011+202=1213 11

Ответ: 1213 множителя.

№2



Пусть $\triangle AEB-1$, $\triangle BEC-2$, $\triangle CED-3$, $DEA-4$.

$\angle BEA=\alpha$

$\sin\alpha=\sin(180-\alpha)$

$S_1=10-6=4$ см^2 $S_4=6$ см^2

$S_3=9-6=3$ см^2

$$\begin{cases} S_1=\sin\alpha\cdot BE\cdot EA\cdot\frac{1}{2} \\ S_2=\sin\alpha\cdot EB\cdot EC\cdot\frac{1}{2} \\ S_3=\sin\alpha\cdot EC\cdot ED\cdot\frac{1}{2} \\ S_4=\sin\alpha\cdot EA\cdot ED\cdot\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{S_1}{S_2}=\frac{AE}{EC} \\ \frac{S_3}{S_4}=\frac{EC}{EA} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{S_1}{S_2}=\frac{AE}{EC} \\ \frac{S_4}{S_3}=\frac{AE}{EC} \end{cases}$$

Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

шифр 52-9-4

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

$$\frac{S_1}{S_2}=\frac{S_4}{S_3}$$

$$\frac{4}{S_2}=\frac{6}{3}$$

$S_2=2$

12

$S_{ABCD}=S_1+S_2+S_3+S_4=4+3+6+2=15$ см^2

Ответ: 15 см^2

№3

x^2+px+q – допустим, что данный трёхчлен имеет целые корни, то есть $n=0$

0

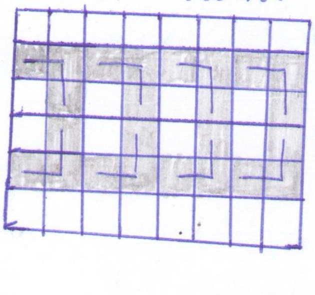
$x^2+px+q=x^2+2(\frac{1}{2}px)+\frac{1}{4}p^2-\frac{1}{4}p^2+q=(x+\frac{1}{2}p)^2-\frac{1}{4}p^2+q \Rightarrow$

$\Rightarrow$ p – чётное число. Если корни целые, то $\sqrt{\frac{1}{4}p^2-q}$ – целое число, значит $\frac{1}{4}p^2-q$ – целое число. Однако $\frac{1}{4}(p+1)^2-(q+1)$ уже не будет целым числом ($n=1$), т.к. $p \vdots 2 \Rightarrow p^2 \vdots 4$, но $p+1$ нечётное, соответственно $(p+1)^2$ не кратно 4. Это значит, что трёхчлена, удовлетворяющего условию не существует.

№4

Чтобы нельзя было разместить ещё один уголок, в любом квадрате 2×2 на поле должно быть ~~з~~ закрыто хотя бы 2 клетки, иначе можно вставить уголок. Значит должно быть закрыто не менее половины клеток поля, например ~~на~~ таким образом:

~~Отв~~



14

Ответ: 8 уголков.

Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

шифр 52-9-4

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

№6

$\vec{V_C} = \vec{V_B} + \vec{V_D}$

$\left.\begin{array}{l} |\vec{V_B}| = |\vec{V_D}| \\ \vec{V_B} \perp \vec{V_D} \end{array}\right\}$ Т.к. ~~картинка~~ ситуация симметрична.

Сила движущая точку B направлена вдоль стержня BC. Т.к. отсутствуют другие движущие силы, скорость V_B направлена также вдоль BC.

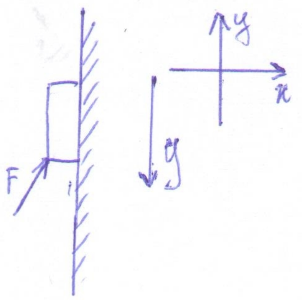
Следовательно: $\vec{V_C} = \vec{V_B} + \vec{V_D} \Rightarrow \cancel{|V_B| \quad V_B = \frac{V_C}{V_D}}$ $V_C = \sqrt{2V_B^2} \Rightarrow V_B = \frac{V_C}{\sqrt{2}}$

$V_B = \frac{5}{\sqrt{2}} = 2{,}5\sqrt{2}$

15б

№7

$\vec{F} + \vec{F}_{тр} + m\vec{g} = 0$



$\begin{cases} Ox: F_{min}\sin60° = N \\ Oy: F_{min}\cos60° = -F_{тр} + mg \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F\sin60° = N \\ F\cos60° = \mu N + mg \end{cases}$

$F_{min}\cos60° = -\mu F\sin60° + mg$

$F_{min}(\cos60° + \sin60°\mu) = mg$

$F_{min} = \frac{mg}{\cos60° + \sin60°\mu} = \frac{1 \cdot 10}{\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 0{,}1} = \frac{20}{1 + \sqrt{3} \cdot 0{,}1} \approx \frac{20}{1 + 0{,}17} = \frac{20}{\cancel{0{,}83}\ 1{,}17} \approx \cancel{24}\ 17\ [H]$

~~$F_{max} = mg$~~ В этом случае сила трения направлена вверх, сонаправлена ~~mg~~ $F\cos60°$

$F_{max} = \frac{mg}{\cos60° - \sin60°\mu} = \frac{1 \cdot 10}{\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 0{,}1} \approx \frac{20}{0{,}83} \approx 24\ [H]$

В этом случае сила трения направлена вниз, сонаправлена mg.

Ответ: F равна от 17 до 24 Н.

10б

Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 52-9-4

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

№8

Пусть V – напряжение на ~~участке~~ лампы.

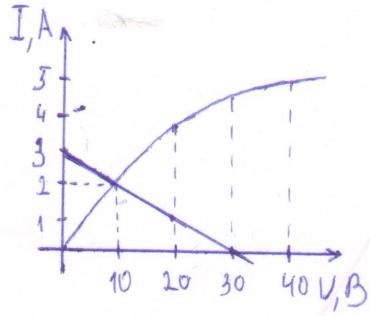
$U_R = U_0 - U$

$I_R = \frac{U_0}{R_{общ}} = \frac{U_R}{R} = \frac{U_0 - U}{R}$

$I = \frac{30-U}{10} \Rightarrow$ зависимость I от V – линейная, однако ~~р~~ характеристика лампы нелинейная. Решим систему графически:

$\begin{cases} I = \frac{30-U}{10} = -\frac{U}{10} + 3 \\ I = f(U) \end{cases}$

U	20	10	30
I	1	2	0



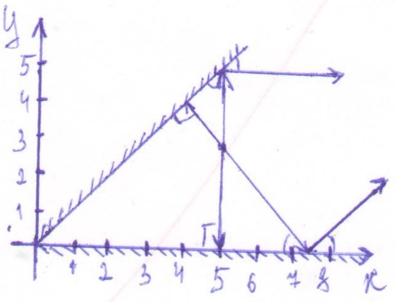
Таким образом ~~мощность на~~ сила тока в цепи I=2A, а напряжение на ~~на~~ лампе U=10В

$P = IU = 2 \cdot 10 = 20$ [Вт]

Ответ: 20 Вт.

15

№5



Всего 4 изображения.
Координаты первых изображений – (4;4) и (5;0)

0