лист №1

шифр МН-10-01

Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	11	12	5	–	8	10	10	—	56

Вариант 2

①

Решение: пусть $n, n+1, n+2, n+3$ - искомые числа, тогда разберём 3 всевозможных случая разбиения их на группы и для каждого случая запишем условие задачи:

Ⅰ $n(n+1)=(n+2)(n+3)-2021$ (т.к. при $n\in N$ очевидно, что $n(n+1)<(n+2)(n+3)$)

$n^2+n=n^2+5n+6-2021$

$4n=2015 \Rightarrow n=\frac{2015}{4}\notin N$ – $\varnothing$

Ⅱ $n(n+2)=(n+1)(n+3)-2021$ (т.к. $n(n+2)=n^2+2n<n^2+4n+3=(n+1)(n+3)$ при $n\in N$)

$n^2+2n=n^2+4n+3-2021$

$2n=2018 \Rightarrow n=1009 \quad n+1=1010 \quad n+2=1011 \quad n+3=1012$

(+)

имеем 4-ку чисел: 1009; 1010; 1011; 1012

Ⅲ $n(n+3)=(n+2)(n+1)-2021$ (т.к. $n(n+3)=n^2+3n<n^2+3n+2=(n+2)(n+1)$, при $n\in N$)

получаем: $n^2+3n=n^2+3n+2-2021$

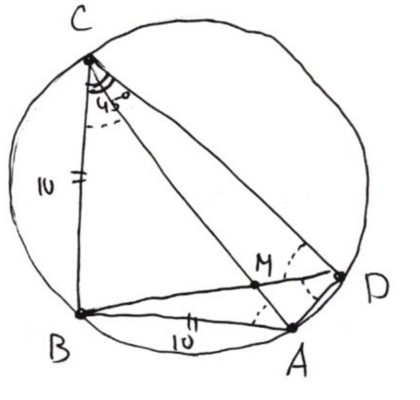
$0=2019$ – $\varnothing$

Все случаи разобраны.

Имеем единственную четвёрку: {1009; 1010; 1011; 1012}

Ответ: 1009; 1010; 1011; 1012

②



Дано: ABCD-вписан.

$CB=AB=100$

$\angle BCD=45°$

$CA\cap BD=M$

найти: r опис окр. $\triangle AMB$

Решение:

1) т.к. хорды CB и AB равны, то $\angle BCA=\angle BDA=\angle BAC=\angle BDC=\alpha$, как опирающиеся на равные дуги (если хорды равны, то и дуги, которые они стягивают будут равны)

2) Рассмотрим $\triangle BAD$ и $\triangle BMA$:

$\angle DBA$ - общий

$\angle BAC = \angle BDA$ (по доказанному в (1))

$\angle BAD = 180° - \angle BCD$ (т.к. ABCD - впис)

$\Downarrow$

$\angle BAD = 135°$

$\Rightarrow$ $\triangle BAD \sim \triangle BMA$ (по двум углам)

$\Downarrow$

$\angle BMA = \angle BAD = 135°$

3) Рассмотрим $\triangle BMA$:

+

$\angle BMA = 135°$

$BA = 10$

$\Rightarrow$ (по т. синусов) $2R = \dfrac{BA}{\sin \angle BMA} \Rightarrow R = \dfrac{BA}{2 \cdot \sin \angle BMA} = \dfrac{10}{2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}} = 5\sqrt{2}$

где R - радиус опис окр $\triangle BMA$

Ответ: $5\sqrt{2}$

(6) Дано: камень брошен под углом к горизонту.

$g = 10 м/с^2$

$\alpha = 30°$

$v_0 = 15 м/с$

$R = ?$

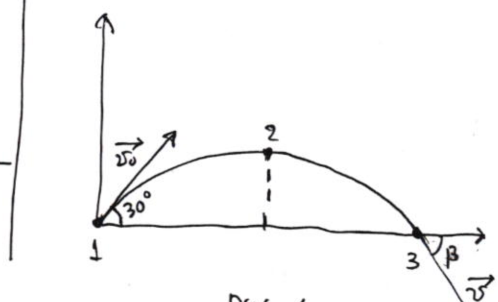


рис. 1.

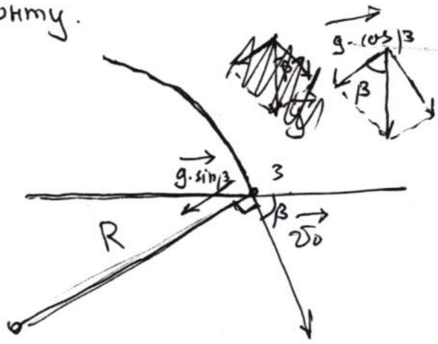


рис. 2.

~~В~~ Ясно, что в конечной точке полёта вектор ~~v~~ скорости с поверхностью земли будет составлять угол $\beta = \angle \alpha = 30°$ (см рис. 1) и $|\vec{v}| = |\vec{v_0}| = 15 м/с$ ✓

Далее рассмотрим более подробно ситуацию в положении 3 (рис. 2)

Рассмотрим движение камешка, как движение по окр. в данный момент времени, тогда исходя из рисунка имеем: $a_{ц.с} = g \cdot \cos\beta = 10 м/с^2 \cdot \cos 30° = 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3} \frac{м}{с^2}$ ✓

имеем: $a_{ц.с} = \dfrac{v^2}{R} \Rightarrow$ $R = \dfrac{v^2}{a_{цс}} = \dfrac{(15 \frac{м}{с})^2}{5\sqrt{3} \frac{м}{с^2}} = 15\sqrt{3}$ м

10

Ответ: $15\sqrt{3}$ м.

(7) Дано: Электрочайник

$t_1 = 1 мин = 60с$

$\Delta t = 5°C$

$V = 2л = 0,002 м^3$

$\rho = 1000 \frac{кг}{м^3}$

$c = 4200 \frac{Дж}{кг \cdot °C}$

$P = 1000$ Вт

$t_2 = ?$

Для остывания имеем: ✓

$cm\Delta t = v \cdot t_1 \Rightarrow v = \dfrac{cm\Delta t}{t_1} = \dfrac{4200 \frac{Дж}{кг \cdot °C} \cdot 0,002 м^3 \cdot 1000 \frac{кг}{м^3} \cdot 5°C}{60с} = 700 \frac{Дж}{с}$ - скорость остывания (потери тепла) ✓

$m = \rho V$

При нагревании имеем: ✓

$Q_1 - Q_2 = \Delta Q$, где Q_1 - кол-во теплоты от нагревателя; Q_2 - тепловые потери; ΔQ - полученная водой теплота

$P \cdot t_2 - v \cdot t_2 = cm\Delta t \Rightarrow t_2 = \dfrac{m \cdot c \cdot \Delta t}{P - v} = \dfrac{\rho \cdot V \cdot c \cdot \Delta t}{P - v} = \dfrac{0,002 м^3 \cdot 1000 \frac{кг}{м^3} \cdot 4200 \frac{Дж}{кг \cdot °C} \cdot 5°C}{1000 Вт - 700 Вт} =$

лист № 2

шифр МН10-01

Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант ______

(7) Продолжение...

$$= \frac{0{,}002\,м^3 \cdot 1000\,\frac{кг}{м^3} \cdot 4200\,\frac{Дж}{кг\,°C} \cdot 5°C}{1000\,Вт - 700\,Вт} = 140\,секунд$$ ✓ 10

Ответ: 140 сек.

(3) пусть $p \neq 2$, тогда p - нечётное

при n - чётном и p - н/ч имеем: $n^3 - pn + 13$ - н/ч число, а $n^2 + pn + 2$ - чётное

при n - н/ч и p - н/ч имеем: $n^2 + pn + 2$ - чётное, а $n^3 - pn + 13$ - н/ч

т.е при $p \neq 2$ независимо от n

всегда $n^3 - pn + 13$ - нечётное, а $n^2 + pn + 2$ - чётное $\Rightarrow \frac{n^3 - pn + 13}{n^2 + pn + 2} \notin \mathbb{Z} \Rightarrow$

$\Rightarrow$ тогда $p = 2$:

имеем: $\frac{n^3 - 2n + 13}{n^2 + 2n + 2}$

Далее не сложно подобрать значение n

при $n = -1$, $p = 2$ имеем: не все случаи ±

$$\frac{n^3 - 2n + 13}{n^2 + 2p + 2} = \frac{-1 + 2 + 13}{1 + 2 + 2} = \frac{14}{1} = 14 \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $p = 2$; $n = -1$

5) Дано: Запаянного кубик

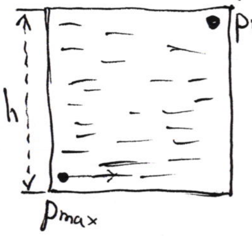
$a = 15$ м/с²

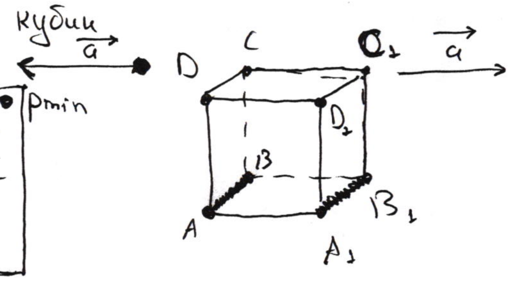
$p_{max} = 10000$ Па

$L = 20$ см $= 0,2$ м

$g = 10$ м/с²

$p_{min} = ?$





Давление будет максимально в ~~на~~ нижней части куба, ~~вблизи того ребра, что~~ около ребра A_1B_1 (см рисунок) ($\vec{a}$ колинеарен ~~ребра~~ ребру CD) ?

т.к. в этих точках давление будет возникать за счёт давления столба жидкости (вертикального) и тех слоёв, что „налетают" на дальшестоящие по направлению действия $\vec{a}$.

~~$p_{max} = \sqrt{(\rho g h)^2 + (a \rho L)^2} = \rho$~~

~~$P_{max} = (P_L + P_h)$~~ $P_{max} = \rho \cdot L \cdot \sqrt{g^2 - a^2}$

P_{min} будет вблизи ребра DC и будет равно $P_{min} = \rho \cdot g \cdot \ell$

~~$P_{min} = (P_L + P_h)$~~, где ℓ – настолько мало, что им можно пренебречь, тогда

$$\frac{P_{max}}{P_{min}} = \frac{L}{1} \Rightarrow P_{min} = \frac{P_{max}}{L} =$$

8