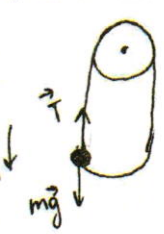
5. Дано:
M = 8 кг
m = 20 кг
t = 3 с

P − ?

Решение:



Так как обезьяна остается на месте, равнодействующая системы обезьяна-веревка равна нулю => $mg = T$, где T — сила, с которой обезьяна действует на веревку. (I закон Ньютона)

Веревка движется благодаря силе тяжести обезьяны => по 2 закону Ньютона

$Ma = mg$, где $a = \frac{v}{t}$ $(v_0 = 0)$ => $\frac{Mv}{t} = mg$

=> $v = \frac{mgt}{M}$

Поскольку равнодействующая системы ~~р~~ обезьяна-веревка равна нулю, обезьяна движется равномерно с постоянной скоростью v, => путь равен vt

$P = \frac{A}{t} = \frac{F\cdot s\cdot \cancel{\cos}\,1}{t} = \frac{mg\cdot vt}{t} = mgv$. Подставим v: $P = \frac{mg\cdot mgt}{M} = \frac{m^2g^2t}{M} =$

$= \frac{20^2\cdot 10^2\cdot 3}{8} = \frac{20\cdot 20\cdot 10\cdot 10\cdot 3}{8} = 15000$ Вт

Ответ: $P = 15000$ Вт

~~6~~ 7. ~~Дано~~ Решение:

Общее количество теплоты равно либо сумме теплот за разное время, либо ~~проп~~ отношению квадрата действующего напряжения к ~~ре~~ сопротивлению и времени т.е. $\frac{U_1^2t_0}{R} + \frac{U_2^2t_0}{R} + \frac{U_3^2t_0}{R} + \frac{U_4^2t_0}{R} = \frac{U_д^2\cdot 4t_0}{R} \Big| : \frac{t_0}{R}$

=> $U_1^2 + U_2^2 + U_3^2 + U_4^2 = 4U_д^2$ => $U_д = \sqrt{\frac{U_1^2+U_2^2+U_3^2+U_4^2}{4}} =$

$= \sqrt{\frac{2500+10000+2500+2500}{4}} = \sqrt{\frac{17500}{4}} = \sqrt{4375} \approx 66$ В

Ответ: $U_д = 66$ В

4. (1) $x^2 - 20x + 22$

(2) $x^2 - 202x + 2$. Коэффициент перед x и свободным членом меняется, т.е. меняется и их сумма. Изначально она равна $22 - 20 = 2$, конечно $2 - 202 = -200$. Допустим, что в какой-то момент времени их сумма была равна -1. Тогда уравнение имело вид $x^2 - ax + b$ => $b - a = 1$ => $a = b - 1$. ~~По теореме Виета~~ ~~$x_1+x_2=$~~ => $x^2 - (b-1)x + b$. Рассмотрим теорему Виета:

$\begin{cases} x_1 + x_2 = b - 1 \\ x_1\cdot x_2 = b \end{cases}$ — Поскольку сумма всех членов была равна 0 $(1-1)$, один из корней точно был 1. Так как a и b целые числа, один из корней равнялся b, а другой $b - 2$ => корни целые, утверждение верно.

65 1171

1. $3b > 9a + c > ...$ Док-ть: $b > 4ac$

$3b > 9a + c$

$b > \frac{9a+c}{3} \Rightarrow b^2 > \left(\frac{9a+c}{3}\right)^2$; $b^2 > \frac{81a^2+18ac+c^2}{9}$

Чтобы получить $4ac$ нужно, чтобы было $9a - c \Rightarrow$

$\frac{81a^2-18ac+c^2}{9} + \frac{36ac}{9} < b^2 \Rightarrow \left(\frac{9a-c}{3}\right)^2 + 4ac < b^2$

Получим, что $b^2 > 4ac + \left(\frac{9a-c}{3}\right)^2$ ЧТД

2. $\begin{cases} \sin^3 x + \sin^4 y = 1 \\ \cos^3 x + \cos^5 y = 1 \end{cases}$ сложим два уравнения

$\sin^3 x + \sin^4 y + \cos^3 x + \cos^5 y = 2$, где $2 = 1+1$ и по ~~...~~ основному тригонометр. тождеству $2 = \sin^2 x + \cos^2 x + \sin^2 y + \cos^2 y$. Тогда

$\sin^3 x - \sin^2 x + \sin^4 y - \sin^2 y + \cos^3 x - \cos^2 x + \cos^5 y - \cos^2 y = 0$. Вынесем общий множитель: $\sin^2 x(\sin x - 1) + \sin^2 y(\sin^2 y - 1) + \cos^2 x(\cos x - 1) + \cos^2 y(\cos^3 y - 1)$

Поскольку сумма членов равна нулю и они не могут быть меньше нуля можем преобразовать в систему:

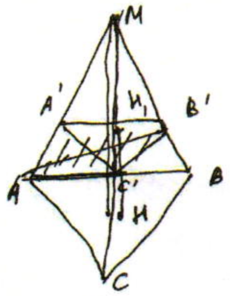
$\begin{cases} \sin^2 x(\sin x - 1) = 0 \\ \sin^2 y(\sin^2 y - 1) = 0 \\ \cos^2 x(\cos x - 1) = 0 \\ \cos^2 y(\cos^3 y - 1) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \sin x = 1 \\ \sin y = 0 \\ \sin y = \pm 1 \\ \cos x = 0 \\ \cos x = 1 \\ \cos y = 0 \\ \cos x = 1 \end{cases}$

Анализируя данную систему выясним, что $\begin{cases} \sin x^3 + \sin^4 y = 1 \\ \cos^3 x + \cos^5 y = 1 \end{cases}$

То есть нам нужен случай, когда $\left[\begin{array}{l} \sin x = 0 \quad \sin y = 1 \quad \cos x = 1 \quad \cos y = 0 \\ \sin x = 1 \quad \sin y = 0, \cos x = 0, \sin x \end{array}\right.$ $\cos y = 1$, т.е. $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$, $n \in Z$, $y = 2\pi k$, $k \in Z$, $x = 2\pi m$, $m \in Z$, $y = y = \frac{\pi}{2} + \pi n$ $n \in Z$

Ответ: $\left[\begin{array}{ll} \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n \\ x = 2\pi m \end{array}\right. & \begin{array}{l} n \in Z \\ m \in Z \end{array} \\ \left[\begin{array}{l} y = 2\pi k \\ y = \frac{\pi}{2} + \pi f \end{array}\right. & \begin{array}{l} k \in Z \\ f \in Z \end{array} \end{array}\right.$

3.



Дано: $V_{AMABC} = 375$, $V_{MA_1B_1C_1} = 81$ Найти: $V_{MA_1B_1C_1}$ - ?

Решение: $MA_1B_1C_1 \sim MABC \Rightarrow \frac{V_{MABC}}{V_{MA_1B_1C_1}} = k^3 = \frac{375}{81} = \frac{125}{27}$

$\Rightarrow k = \sqrt[3]{\frac{125}{27}} = \frac{5}{3}$

Опустим высоту MH

$V_{MA_1B_1C_1} = V_{MA_1B_1C_1} + V_{AC_1B_1A_1} = \frac{1}{3}S_{A_1B_1C_1} \cdot MH_1 + \frac{1}{3}S_{A_1B_1C_1} \cdot H_1H$

$= \frac{1}{3}S_{A_1B_1C_1}(MH_1 + H_1H) = \frac{1}{3}S_{A_1B_1C_1} \cdot MH.$

$V_{MA_1B_1C_1} = \frac{1}{3}S_{A_1B_1C_1} = MH_1 \cdot \frac{1}{3} \cdot S_{A_1B_1C_1} \Rightarrow S_{AB_1C_1} = \frac{3V_{MA_1B_1C_1}}{MH_1}$

$MH_1 = \frac{3MH}{5}$ (следуя из подобия). $\Rightarrow S_{A_1B_1C_1} = \frac{3V_{MA_1B_1C_1} \cdot 5}{3MH} =$

$= \frac{5V_{AB_1C_1}}{MH}$

Подставим: $V_{MAB_1C_1} = \frac{1}{3} \cdot \frac{5V_{MA_1B_1C_1}}{MH} \cdot MH = \frac{5V_{MA_1B_1C_1}}{3} =$

$= \frac{5 \cdot 81}{3} = 5 \cdot 27 = 135$

Ответ: $V_{MA_1B_1C_1} = 135$

шифр 63 11 21

Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	10	13	13	14	10	0	15	10	85

без измен.

Вариант 2

без изменений

8. Дано:

$\nu_1 = 4$ моль

$T_1 = 350K$

$V_2 = 2V_1$

$N_g = 60\% N$

$A - ?$

Решение:

т.к. 60% молекул диссоциировали, их число стало равно $1{,}6 N$. $\nu = \frac{N}{N_A}$ => с ростом числа молекул, выросло в 1,6 раз количество вещества, т.е. $\nu_2 = 1{,}6\nu_1 = \frac{16}{10} \cdot 4 = \frac{64}{10} = 6{,}4$ моль

Сосуд закрыт поршнем => давление не меняется и процесс можно считать изобарным т.е. ~~$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow T_2 = \frac{T_1 \cdot V_2}{V_1}$~~

~~$T_2 = \frac{350 \cdot 2V_1}{V_1}$~~ По уравнению Менделеева-Клапейрона:

$pV = \nu RT \Rightarrow \frac{\nu_1 RT_1}{V_1} = \frac{\nu_2 RT_2}{V_2} \Rightarrow T_2 = \frac{\nu_1 RT_1 \cdot V_2}{\nu_2 R \cdot V_1} = \frac{350 \cdot 2}{1{,}6} =$

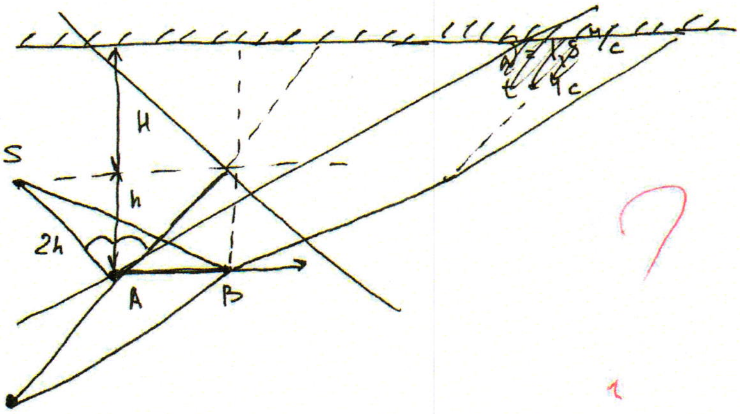
$= \frac{350 \cdot 20}{16} = 437{,}5K$

$A = p\Delta V = \cancel{R(\nu_2 T_2)}$ $\nu_2 RT_2 - \nu_1 RT_1 = 8{,}31(6{,}4 \cdot 437{,}5 - 4 \cdot 350) =$

$= 11634$ Дж

Ответ: $A = 11634$ Дж

6.



$\upsilon = 1{,}5$ м/с

$t = 4$ с

?