№8

Дано:
$\nu_1 = 2$ моль
$T_1 = 300$ K
$V_2 = 3V_1$
40% молекул диссоц-ли

$A - ?$

Решение:

40% молекул диссоциировали $O_2 \to 2 \cdot O$

$\Rightarrow$ кол-во в-ва увеличилось в $1 + 0,4 = 1,4$ раза

$\nu_2 = 1,4 \cdot \nu_1 = 2,8$ (моль)

Процесс - изобарный, из уравнения Клайперона - Менделеева:

$$pV = \nu RT \Rightarrow T = \frac{pV}{\nu R}$$

$$T_1 = \frac{pV_1}{\nu_1 R}, \quad T_2 = \frac{pV_2}{\nu_2 R} = \frac{p\,3V_1}{\nu_2 R}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{\cancel{p}\,3\cancel{V_1}}{\nu_2 R} \cdot \frac{\nu_1 R}{\cancel{p}\cancel{V_1}} = \frac{3\nu_1}{\nu_2} = \frac{3 \cdot 2}{2,8} = \frac{3}{1,4}$$

$$T_2 = \frac{3}{1,4} \cdot T_1 = \frac{3 \cdot 300}{1,4} \approx 643 \text{ K}$$

Работа газа $A = p\Delta V = \frac{m}{M} R \Delta t = \nu R \Delta t$

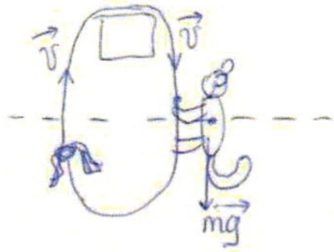
Здесь: $A = \nu_2 R T_2 - \nu_1 R T_1 = (2,8 \cdot 8,31 \cdot 643) - (2 \cdot 8,31 \cdot 300) \approx 9975$ Дж

Ответ: $A = 9975$ Дж

10б

(№5) Т.к. обезьяна удерж-ся на одной высоте, то [24-55-11-9.]

F, с кот. она тянет верёвку = её весу: $F = mg$



$a = \frac{mg}{M}$

Скорость верёвки - $v = \frac{mg}{M}t$, движение равномерное

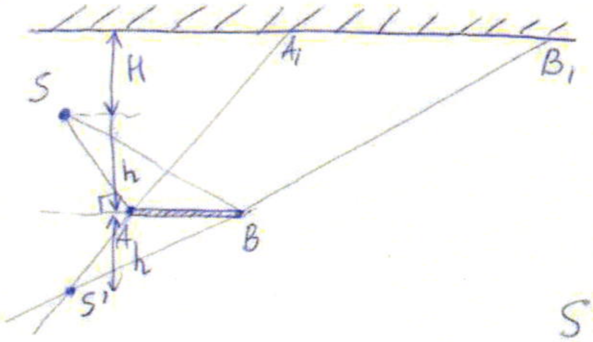
Тогда мощность, развиваемая обезьяной:

$N = Fv = \frac{mg}{M}t \cdot mg = \frac{m^2g^2}{M}t = \frac{30^2 10^2}{5} \cdot 2 = 36\,000$ Вт

Ответ: $N = 36\,000$ Вт

10б

(№6)



Лучи, исходящие от точеч. источника S, отражаются от зеркала (AB) так, будто вышли из источника S', то есть S' – мнимое изображение S в зеркале

A_1B_1 – диаметр „зайчика"

$AB \parallel A_1B_1 \Rightarrow \Delta S'AB \sim \Delta S'A_1B_1$

Относительно оси AB SAB и S'AB – симметричны

$\Rightarrow h$ – высота $\Delta S'AB$, а высота $\Delta S'A_1B_1 = H + h + h = H + 2h$

Из подобия треуг-в следует:

$\frac{h}{H+2h} = \frac{AB}{A_1B_1} = \frac{1}{4}$, такое соотношение не зависит от времени

значит размеры солнечного зайчика всегда в 4 раза больше размера зеркала

Ответ: размеры не изменились.

10б

(№7) По закону Джоуля-Ленца $Q = I^2Rt = \frac{U^2}{R}t$

Тогда за время $4t_0$ $Q_{общ} = \frac{U_1^2}{R}t_0 + \frac{U_2^2}{R}t_0 + \frac{U_3^2}{R}t_0 + \frac{U_4^2}{R}t_0$

По графику: $Q_{общ} = \frac{100}{R}t_0 + \frac{25}{R}t_0 + 0 + \frac{25}{R}t_0 = \frac{150}{R}t_0$

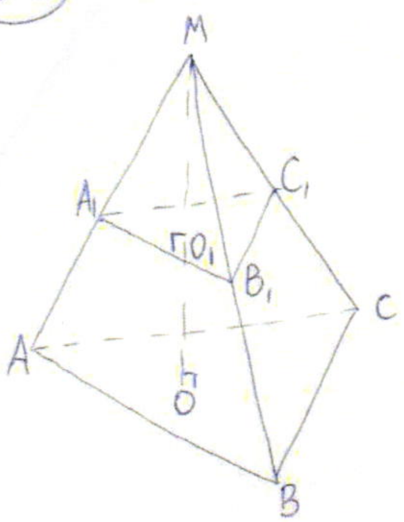
$Q_{общ} = \frac{U^2_{действующее}}{R} 4t_0 = \frac{150}{R}t_0$

10б

$U_{действ.} = \sqrt{\frac{150}{4}} \approx 6{,}1$ В

Ответ: $U_{действ} = 6{,}1$ В

№3



пирамиды $MA_1B_1C_1$ и $MABC$ – подобны, т.к.
$\Delta MA_1B_1 \sim \Delta MAB$, т.к.:
1) $A_1B_1 \parallel AB \Rightarrow \angle MA_1B_1 = \angle MAB$ – соответ-е при секущей MA
2) $\angle MB_1A_1 = \angle MBA$ – соответ-е при секущей MB
3) $\angle AMB$ – общий
$\Delta MB_1C_1 \sim \Delta MBC$, $\Delta MA_1C_1 \sim \Delta MAC$ аналогично
То есть MAB_1C_1 и $MABC$ образ-ны подобными треуг-ми $\Rightarrow$ они тоже подобны

$$\frac{V_{MABC}}{V_{MA_1B_1C_1}} = \frac{MO^3}{MO_1^3} = \frac{324}{96} = \frac{27}{8}$$

$$\frac{MO}{MO_1} = \frac{3}{2}$$

$$V_{MAB_1C_1} = V_{MA_1B_1C_1} + V_{AA_1B_1C_1} = \frac{1}{3} S_{A_1B_1C_1}(MO_1 + OO_1) = \frac{1}{3} S_{A_1B_1C_1} \cdot MO$$

$$V_{MA_1B_1C_1} = \frac{1}{3} S_{A_1B_1C_1} \cdot MO_1 = \frac{1}{3} S_{A_1B_1C_1} \cdot \frac{2MO}{3} = 96$$

$$\Rightarrow S_{A_1B_1C_1} = \frac{96 \cdot 9}{2MO} = \frac{432}{MO}$$

$$V_{MAB_1C_1} = \frac{1}{3} \cdot \frac{432}{MO} \cdot MO = 144$$

13б

Ответ: $V_{MAB_1C_1} = 144$

№4 Далее коэф. перед x будем называть b, а свобод. член – c.
начало: $x^2 + 20x + 22$ $\quad b - c = -2$
конец: $x^2 + 202x + 2$ $\quad b - c = 200$
на каждом шаге $(b-c)$ будет уменьш-ся или увелич-ся на 1
$\Rightarrow$ на каком-то шаге $b - c = 1$, в этот момент
квадрат. трёхчлен: $x^2 + (c+1)x + c$, где c – целое число
$x^2 + cx + x + c = 0$
$x(x+1) + c(x+1) = 0$
$(x+1)(x+c) = 0$ $\Rightarrow$ корни ур-я $x_1 = -1$, $x_2 = -c$, которые являются целыми

14б

Ответ: да, верно

Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

шифр ЕН-55-11-9

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	6	12	13	14	10	~~10~~ 15	10	~~10~~ 15	~~85~~ 95

матем. - бу ун. +10б.-физика

Вариант 1

№1 Если $a=0$, то $2b>4\cdot 0+c>0$, $b^2>4\cdot 0\cdot c \Rightarrow 2b>c>0$, $b^2>0$
$\Rightarrow$ утверждение верно

Если $a\neq 0$: $\exists$ квадратный трёхчлен $f(x)=ax^2+bx+c$, тогда

пусть $x_1=-2$, $x_2=2$

$f(-2)=4a-2b+c<0$ (т.к. по усл. $4a+c>0$, $2b>0$)

$f(2)=4a+2b+c>0$ (по усл.)

Т.к. квадратный трёхчлен может быть и положит. и отрицат., то он имеет 2 различных корня $\Rightarrow D>0$

Значит $b^2-4ac>0$, $b^2>4ac$ — Доказано

6б

№2 $\begin{cases} \sin^4x+\sin^5y=1 \\ \cos^3x+\cos^7y=1 \end{cases} \Rightarrow \sin^4x+\sin^5y+\cos^3x+\cos^7y=2$

$\sin^4x+\sin^5y+\cos^3x+\cos^7y=\sin^2x+\cos^2x+\cos^2y+\sin^2y$

$(\sin^4x-\sin^2x)+(\cos^3x-\cos^2x)+(\sin^5y-\sin^2y)+(\cos^7y-\cos^2y)=0$

$\sin^2x(\sin^2x-1)+\cos^2x(\cos x-1)+\sin^2y(\sin^3y-1)+\cos^2y(\cos^5y-1)=0$

Каждое слагаемое уравнения ≤ 0, значит: можно составить сис-му

$\begin{cases} \sin^2x(\sin^2x-1)=0 \\ \cos^2x(\cos x-1)=0 \\ \sin^2y(\sin^3y-1)=0 \\ \cos^2y(\cos^5y-1)=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x=2\pi k, k\in Z \\ x=\frac{\pi}{2}+\pi k, k\in Z \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} y=2\pi n, n\in Z \\ y=\frac{\pi}{2}+2\pi n, n\in Z \end{array}\right. \end{cases}$

Из исходной сис-мы ур-й следует, что либо $\sin x=1, \sin y=0$, либо наоборот, при это. либо $\cos x=0, \cos y=1$, либо наоборот

Ответ: $(2\pi k, \frac{\pi}{2}+2\pi n)$, где $k\in Z$, $n\in Z$

и $(\frac{\pi}{2}+\pi k, 2\pi n)$, где $k\in Z$, $n\in Z$

12б