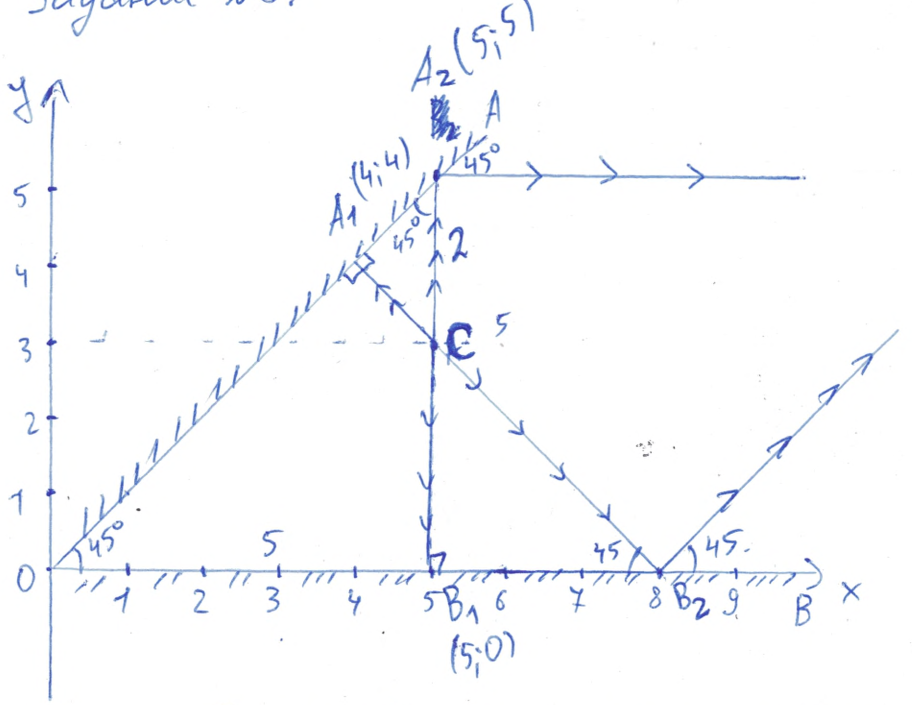
Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

шифр 27-09-02

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	1	12	0	14					

Вариант 1

Задание №5.



Пусть A – это отражения точки на зеркале A
B – это отражения точки на зеркале B.

Когда луч от точки будет параллелен зеркалу, то изображения точки не будет. Расмотрим движение точки по зеркалам. Опустим перпендикуляры точки C на зеркала A и B. Это первые изображения этой точки. (B_1 и A_1).

Потом точка B_1 отображается в точку A_2, причем $\angle A_1A_2C = 45°$. А значит отражение точки A_2 пойдет горизонтально и уже никогда не встретится с зеркалом B.

Точка A_1 отразится в точку B_2. Причем $\angle OB_2A_1 = 45°$. (По $\triangle OA_1B_2$) А значит точка B_2 отразится под углом 45° к горизонту. Но тогда зеркало A будет параллельно лучу B_2. А значит отражения точки B_2 не будет. А значит больше отражений предмета C нет.

А значит всего мы имеем 4 изображения точки C (A_1, A_2, B_1, B_2).
Найдем координаты первых изображений (A_1 и B_1)
Точка B_1 имеет координаты (5;0) (опускали перпендикуляр).

Т.к. ΔOB_1A_2 – р/б, то $OB_1 = B_1A_2$.

$$OB_1 = \sqrt{(y_1-y_0)^2+(x_1-x_0)^2} = \sqrt{(5-0)^2+(0-0)^2} = \sqrt{5^2} = 5.$$

$A_2B_1 = 5 = \sqrt{(y_1-y_0)^2+(x_1-x_0)^2}$, где y_1 и x_1 – это координаты точки A_2

$$5 = \sqrt{(y_1-0)^2+(5-5)^2} = \sqrt{(y_1-y_0)^2} = \sqrt{y_1^2} = y_1 = 5.$$

Значит координаты A_2 (5;5)

Значит $\cancel{OB_2}$ $CA_2 = \sqrt{(5-5)^2+(5-3)^2} = \sqrt{2^2} = 2$

$$\frac{A_1A_2}{A_2C} = \cos 45 \Rightarrow A_1A_2 = A_2C \cdot \cos 45 = 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$$

$$A_1A_2 = \sqrt{(5-y_{A_1})^2+(5-x_{A_1})^2} = \sqrt{2}$$

Это может быть, если $y_{A_1} = 4$ и $x_{A_1} = 4$.

А значит $A_1(4;4)$

Ответ: 4 изображения предмета

Координаты первых изображений: $A_1(4;4)$; $B_1(5;0)$.

5

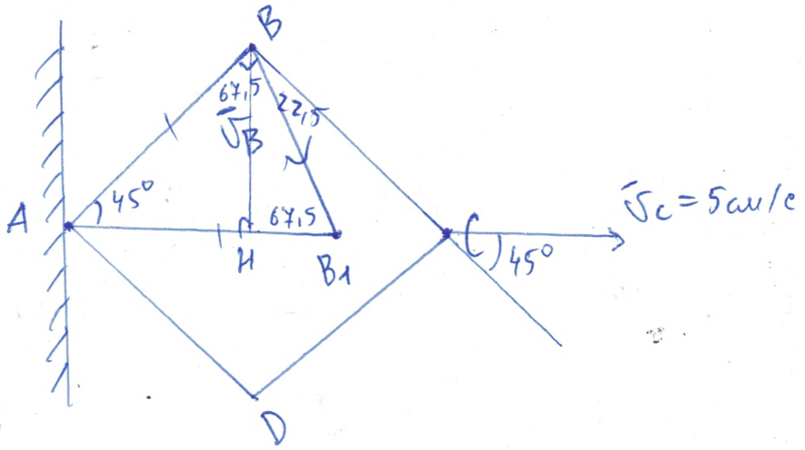
шифр 27-09-02

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

Вариант 1

Задание №6



Стоит заметить, что при последующем движении шарнир AB будет в какой-то момент времени горизонтален. И точка B_1 будет соответствовать точке B. А значит точка B будет двигаться по прямой BB_1, а значит и вектор точки B будет идти по отрезку BB_1.

$\angle BAB_1 = 45°$. $AB = AB_1$, а значит $\angle ABB_1 = \angle AB_1B = \frac{180-45}{2} = 67{,}5°$

$\angle HBB_1 = 67{,}5° - 45° = 22{,}5°$. $\angle CBB_1 = 45° - 22{,}5° = 22{,}5° = \frac{45°}{2}$

В силу того, что отрезок BC постоянен, то

$v_C \cdot \cos 45 = v_B \cdot \cos\left(\frac{45}{2}\right)$. $\cos\frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}}$

$\cos\left(\frac{45}{2}\right) = \sqrt{\frac{1+\frac{\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{2}}} = \sqrt{\frac{\frac{2}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}}{2}} = \sqrt{\frac{\frac{2+\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{2}}} =$

$= \sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$. $\cos^2\left(\frac{45}{2}\right) = \frac{\frac{2+\sqrt{2}}{2}}{2} = \frac{2+\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2+\sqrt{2}}{4}$

Значит $\cos\left(\frac{45}{2}\right) = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$

$$\cos\frac{45}{2} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$$

$$v_c \cdot \cos 45 = v_B \cdot \cos\left(\frac{45}{2}\right)$$

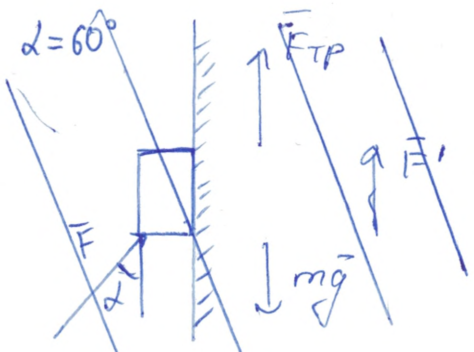
$$v_B = v_c \cdot \frac{\cos 45}{\cos\left(\frac{45}{2}\right)} = v_c \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{2+\sqrt{2}}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2+\sqrt{2}}}$$

$$v_B = \frac{5 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2+\sqrt{2}}} \text{ см/с}$$

Ответ: $v_B = \frac{5 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2+\sqrt{2}}}$ см/с. $\approx 1,25$ см/с

10

Задача №7.



$F_{тр} = mg \cdot \mu = 0,1mg$. Она направлена против движения.

Тогда из системы видно, что

$mg = F' + F_{тр}$, причем $F' = F \cos\alpha = \frac{1}{2}F$

$mg = \frac{F}{2} + mg \cdot \mu$

$mg(1-0,1) = \frac{F}{2} \Rightarrow 0,9mg = \frac{F}{2}$, а значит $F = 1,8mg$

Ответ: $F = 1,8mg$

Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

шифр 27-09-02

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

Задача №8.

$P_л = U_л \cdot I_л$. Т.к. цепь соединена последовательно, то $I_л = I$. (ток в цепи.)

Стоит заметить, что напряжение на лампе не превышает ~~30В~~. 15В, т.к. при 15В. ток в цепи будет 3А., но 3А·10Ом=30В. - это будет U_R (только на резисторе).

$P_0 = U_0 \cdot I. = 30B \cdot I.$

$P_0 = P_R + P_л$

$P_0 = 10 I^2 + (30 - 10I) \cdot I$, где $30 - 10I = U_л$.

30В = 10Ом·I + $U_л$, притом I и $U_л$ - связаны друг с другом.

А такое может получиться, если $U_л = 10В$ и $I = 2А$.

30 В = 10Ом·2А + 10 В = 30В. А значит $I = 2А$ и $U_л = 10В$.

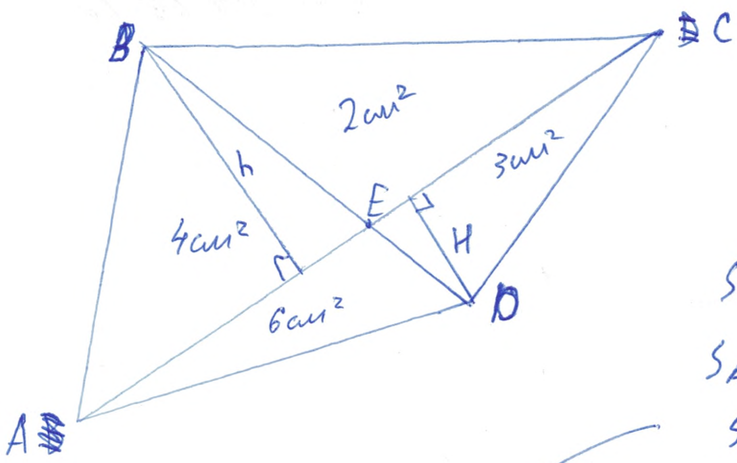
$P_л = U_л \cdot I = 10В \cdot 2А = 20$ Вт

Ответ: $P_л = 20$ Вт

15

Задача №2

27-09-22



$S_{ABD} = 10 см^2$

$S_{ACD} = 9 см^2$

$S_{AED} = 6 см^2$

$S_{ABD} = S_{ABE} + \cancel{S_{EBD}} + S_{AED}$

$\cancel{S_{ACD} = S_{BED} + S_{CED}}$

$S_{ACD} = S_{AED} + S_{EDC}$

$10 см^2 = 6 см^2 + S_{ABE} \Rightarrow S_{ABE} = 4 см^2$

$9 см^2 = 6 см^2 + S_{EDC} \Rightarrow S_{EDC} = 3 см^2$

$S_{ABCD} = S_{ABE} + S_{AED} + S_{EDC} + S_{BEC}$

Стоит отметить, что

$S_{EDC} = 3 см^2 = \frac{1}{2} \cdot H \cdot CE$ (1) $\qquad$ (1):(2)

$S_{AED} = 6 см^2 = \frac{1}{2} H \cdot AE$ (2)

$\frac{1}{2} = \frac{CE}{AE} \Rightarrow 2CE = AE$

$S_{BEC} = \frac{1}{2} \cdot h \cdot EC$ (3) $\qquad$ (3):(4)

$S_{ABE} = \frac{1}{2} h \cdot AE$ (4)

$\frac{S_{BEC}}{4 см^2} = \frac{EC}{AE} = \frac{EC}{2EC}$

$\frac{S_{BEC}}{4} = \frac{1}{2}$

$2 S_{BEC} = 4 \Rightarrow S_{BEC} = 2 см^2$

А значит $S_{ABCD} = 4 см^2 + 6 см^2 + 3 см^2 + 2 см^2 = 15 см^2$

Ответ: $S_{ABCD} = 15 см^2$

125

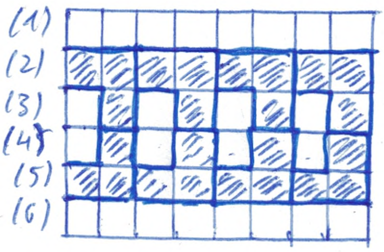
Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

шифр 24-09-02

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

Задача №4.



Если мы оставим полоску из 8 клеток, то туда нельзя будет вставить уголки. Такие полоски лучше ставить по краям. Но тогда следующие полоски из 8 клеток должны быть полностью заполнены ~~(полоски (2 и 4)~~ (полоски 2 и 5).

Чтобы заполнить каждую из этих полосок нам понадобится по 4 уголка. При их правильном размещении мы также не сможем поставить уголок в полосках 3 и 4. (как на рисунке)

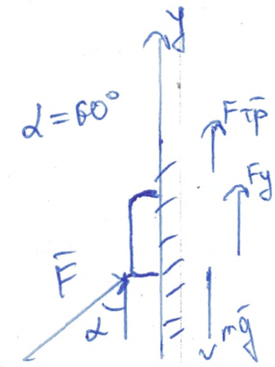
А значит нам потребуется минимум 8 уголков.

Ответ: понадобится 8 уголков.

14б

Задача №7.

$F_{тр} = \overset{0,1(N)}{N} = \overset{\cdot N}{F\cdot\sin\alpha} = F\cdot\sin 60° = \frac{\sqrt{3}F}{2}\cdot N = \frac{\sqrt{3}F}{20}$



Спроецируем все силы на ось Oy. $F_y = F\cdot\cos\alpha = \frac{F}{2}$

$F_{тр} + F_y = mg$

$\frac{\sqrt{3}F}{20} + \frac{F}{2} = 10H$

$\frac{\sqrt{3}F}{20} + \frac{F\cdot 10}{20} = \frac{\sqrt{3}F + 10F}{20} = 10H$

$F(10+\sqrt{3}) = 200H$

$F = \frac{200}{10+\sqrt{3}}H = \frac{200}{10+1,76} = \frac{200}{11,76} \approx 17H$

5

Ответ: $F \approx 17H$

Устр

Задача №1.

27-09-02

Надо сначала вычеркнуть все числа, на конце которых есть 0, т.к. в ином случае последняя цифра произведения =0 (− 22 числа).

Вычеркиваем также все числа, на конце которых 5 и все четные числа, т.к. их произведение даст число, последняя цифра которой 0.

(−202 числа с 5 на конце
−1011 четных числа)

Произведение остальных чисел даст на конце цифру 1.

А значит надо вычеркнуть 22+202+1011 числа = 1235 чисел.

Ответ: надо вычеркнуть минимум 1235 чисел.

5б

Задача №3.

Нет не существует.

$$x^2+(p+n)\cdot x+(q+n)=0$$

$$D=(p+n)^2-4\cdot(q+n)$$

$$x_{1/2}=\frac{-(p+n)\pm\sqrt{(p+n)^2-4(q+n)}}{2}$$

. Целые корни будут, если числитель будет четным.

Тогда $(p+n)^2$ − четное число, но этого не может быть для всех чисел ряда 0, 1, 2 ... 2022. А значит в числителе не всегда будет четное число, а значит и корни будут не целыми. Поэтому такого трехчлена не существует

0б