



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 18-08-03

Задание	1	2	3	4	5	6	7/8	Всего
Баллы	8	12	12	14	2	5	0/1	54

Вариант 1

№2. Дано:

$\triangle ABC$ и $\triangle AB'C'$ -

- равнобедренные

$$AB = AC = 37$$

$$BC = 20$$

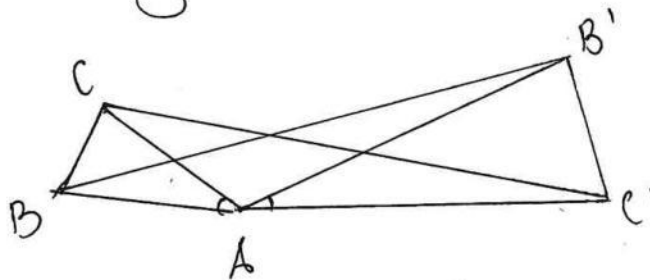
$$AB' = AC' = 222$$

$$B'C' = 120$$

Доказать:

$$BB' = CC'$$

Доказательство:



$\triangle ABC$ и $\triangle AB'C'$:

$$\frac{AB}{AB'} = \frac{AC}{AC'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{37}{222} = \frac{37}{222} = \frac{20}{120} = k = \frac{1}{6}$$

$\triangle ABC \sim \triangle AB'C'$ (по трём сторонам)

\Leftrightarrow

соответственные углы равны: $\angle CAB = \angle B'AC'$

\rightarrow \triangle Проведём прямые BB' и CC'

$\triangle CCA'$ и $\triangle BB'A$:

1) $AB = AC = 37$ (по условию)

2) $AB' = AC' = 222$ (по условию)

3) $\angle CAC' = \angle CAB' + \angle B'AC'$

$$\angle BAB' = \angle CAB' + \angle BAC$$

$$\angle BAC = \angle B'AC' ; \angle CAB' - \text{общий}$$

\Downarrow

$$\angle CAC' = \angle BAB'$$

\Downarrow

$\triangle CCA' = \triangle BB'A$ (по двум сторонам и углу между ними)

\Downarrow

соответственные элементы равны: $BB' = CC'$. ЧТД (это и требовалось доказать)

125

1. Пусть наименьшее из последовательных чисел x_1 ; тогда следующее по возрастанию $x_2 = x_1 + 1$; аналогично $x_3 = x_2 + 1 = x_1 + 1 + 1 = x_1 + 2$; $x_4 = x_3 + 1 = x_2 + 2 = x_1 + 3$ (т.к. числа последовательные, т.е. располагаются по порядку, каждое следующее больше предыдущего на 1).

Предположим, что в первой группе, произведение которой меньше, располагаются меньшие числа: x_1 и x_2 соответственно; а во второй: x_3 и x_4

$$1) x_1 \cdot x_2 + 2022 = x_3 \cdot x_4$$

$$x_1 \cdot (x_1 + 1) + 2022 = (x_1 + 2)(x_1 + 3)$$

$$x_1^2 + x_1 + 2022 = x_1^2 + 2x_1 + 3x_1 + 6$$

$$x_1 + 2022 = 5x_1 + 6$$

~~$$4x_1 = 5x_1 - x_1 = 2022 - 6$$~~

$$4x_1 = 2016$$

f.

$$x_1 = 504$$

$$2) x_2 = x_1 + 1$$

$$504 + 1 = 505$$

$$3) x_3 = x_1 + 2$$

$$504 + 2 = 506$$

$$4) x_4 = x_1 + 3$$

$$504 + 3 = 507$$

Ответ: 504; 505; 506; 507.

4. Ответ: 8 уголков

Объяснение (доказательство): т.к. нам нужно расположить уголки, состоящие из трёх клеток, то оставить свободным можно пространство, представляющее из себя прямоугольник шириной в 1 клетку и длиной в любое кол-во клеток, т.к. большие (внешние) стороны уголка 2×2 и в прямоугольнике шириной 1 клетка уголок не влезет. Таким образом мы можем освободить место по длине большого прямоугольника, которая составляет 8 клеток, что явно больше, чем ширина составляющая 6 клеток. Но для того чтобы не появилось место для уголков мы должны полностью закрыть сторонами уголков все внутренние прямоугольники по всей длине и ширине минимум в одну клетку.

Оптимальнее всего будет освободить самые крайние места. Везде

Таким образом перекрывать нужно сторону лишь с одной стороны.

Ширина составит 6 клеток, из которых:

2 мы освободим

2 полностью закрыв ушками

Остаток $(6-2-2) = 2$ ряда клеток, в которых ушки нужно разместить так, чтобы свободная площадь не была больше, чем 2×1 (т.к. больше 2 с одной стороны быть не может - осталось 2 клетки по ширине; а если с другой тоже будет 2 - может уместиться ушлом)

По длине с двух сторон мы расположим по 4 ушка, чтобы перекрывать ее;

$$4 \cdot 2 = 8 \text{ ушлов.}$$

Ширина меньше и если бы мы освободили ее потребовалось бы больше ушлов.

Освободить клетки по периметру также было невозможно при меньших затратах, т.к. по периметру - ушлом, где можно расположить ушки.

Таким образом длина - наибольшая величина, которую можно было освободить, а также мы освободили клетки между ушками.

$$48 - (8 \cdot 3) = 24 \text{ клетки, что составляет половину от общего кол-ва.}$$

Поэтому я утверждаю, что 8 - наименьшее кол-во.

14

13. Запишем полученный у Пети пример:

$$a^2 + 49 - 14a = a^2 - 14a + 49 = a^2 - 2 \cdot 7 \cdot a + 7^2 = (a-7)^2$$

т.к. в ответе у Пети получились только нули и 2022 единицы, можно сделать вывод, что сумма цифр в ответе также равна 2022 $(2022 \cdot 1)$

Известно, что 2022 кратно 3, т.к. сумма цифр кратна 3 - $(2+2+2) : 3 = 6 : 3 = 2$

$(a-7)^2$ тоже должно быть кратно 3.

$$(a-7) \cdot (a-7) : 3; \text{ т.к. множители равны } (a-7) = (a-7) \Rightarrow$$

\Rightarrow каждый из них должен быть кратен 3

$$a-7 : 3$$

При умножении двух чисел, кратных 3 должно получиться

число кратное $3 \cdot 3 = 9$, но число 2022, которое является суммой цифр результата Пети не кратно 9, т.к. сумма цифр $2+0+2+2$ не кратна 9.

125.

Петя ошибся.

Ответ: Петя ошибся.

№6. Чтобы найти среднюю скорость пути сумму расстояний, поделить на сумму времени.

Известно, что за первые 17 секунд тело преодолело 70 м. пути, а за следующие 11 (28-17) сек. не продвинулось ни на метр - расстояние равно 0.

$$\frac{S_1 + S_2}{t_1 + t_2} = \frac{70 + 0}{17 + 11} = \frac{70}{28} = 2,5 \text{ м/с}$$

58

$$2,5 = 2,5 \cdot 3600 : 1000 = 9 \text{ км/ч}$$

Ответ: средняя скорость v $t_0 = 28 \text{ с.} = 2,5 \text{ м/с} = 9 \text{ км/ч}$, больше такой средней скорости не было.

№5. Об: t° окружающей среды = 20°C

т.к. по графику видно, что именно на 20°C скорость нагревания воды достигла своего пика \Rightarrow можно предположить, что в это время на воду воздействовал не только нагреватель, но и окружающая среда. Также стоит отметить, что до 20° скорость нагревания увеличивалась, т.к. окр. среде отдавалось всё меньше и меньше тепла, т.к. разница в температурах сокращалась и теплообмен уменьшался. В точке 20° скорость нагревания начала снижаться т.к. вода, температура которой стала выше температур окр. среды, стала отдавать своё тепло в окр. среду и медленнее нагревалась.

28.

t° кипения воды = 100°C

на данный момент нагреватель повнеси t° воды до 60°C возьмем за 100% - 100°C , т.е. t° , которую мы должны погнать.

$$60^\circ \text{C} = 60\%$$

$$100\% - 60\% = 40\%$$

Ответ: на 40% необходимо увеличить мощность нагревателя.



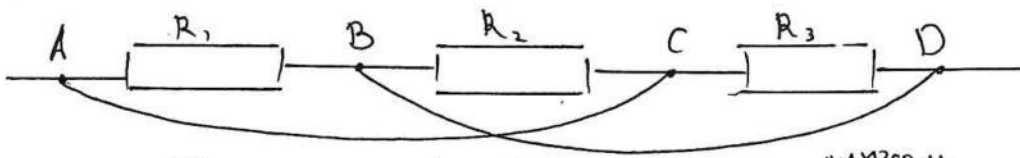
шифр 18-08-03

Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

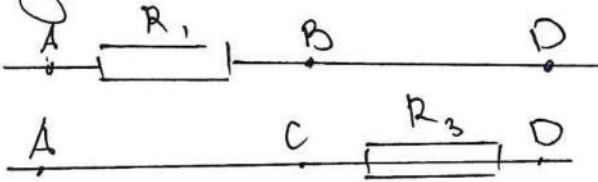
Задание	1	2	3	4	5	6	7	Всего
Баллы								

Вариант 1

№8.



соединив точки A и C; B и D ^{или} мы получили следующие пути тока:



15

на которых, по условию, ~~стоимостью~~ ^{сопротивление} 10 сопротивление изменилось на 10 Ом.

т.к. резисторов на пути стало меньше, делаем вывод, что сопротивление уменьшилось на 10 Ом.

известно, что $R_1 = R_2 = R_3$,

в последовательном соединении

$$R_{общ} = R_1 + R_2 + R_3 = n R_1$$

т.к. количество резисторов на пути уменьшилось и сопротивление уменьшилось

появившаяся пути снизилось, можно сказать, что

$$3R_1 - R_1 = 10 \text{ Ом}$$

$$2R_1 = 10 \text{ Ом}$$

$$R_1 = R_2 = R_3 = 5 \text{ Ом}$$

Ответ: сопротивление одного резистора равно 5 Ом.

№7.

I случай. Пусть $t_n - t^{\circ}$ изменится, тогда:

$$Q_{m_1} = c_m \cdot m_m \cdot t_n$$

II случай. Пусть $t_p - t^{\circ}$ изменится, тогда:

$$Q_{m_2} = c_m \cdot 1/10 m_m \cdot t_p$$

$$Q_{\beta} = c_{\beta} \cdot 9/10 m_{\beta} \cdot t_p$$

$$t_p = \frac{Q_{\beta}}{c_{\beta} \cdot 9/10 m_{\beta}} = \frac{Q_{m_2}}{c_m \cdot 1/10 m_m} ; \quad t_n = \frac{Q_m}{c_m \cdot m_m}$$

⇓

$$\frac{Q_m}{c_m \cdot m_m} = 1/10 t_p$$

$$1/10 t_p = t_n$$

т.к. во II случае вода была больше, чем масса β в 9 раз ($\frac{9 \cdot 10}{10 \cdot 1}$),

можно сказать, что t° изменится так, что

изменения t были одинаковые, можно сказать, что

$$(60 - 40) : 2 = 10^{\circ} \text{C} - \text{изменения } t^{\circ} - t_p$$

$$t_n = 1/10 t_p = 10 : 10 = 1^{\circ} \text{C}$$

⇓

1. 2 = 2 (т.к. с одной стороны t° понижалась, а с другой повышалась, разница t° будет в два раза больше тогда)

⇓

$$t^{\circ} \text{ термометров} = t_1 - 2^{\circ} = 40^{\circ} - 2^{\circ} = 38^{\circ} \text{C}$$

Ответ: t° термометров = 38°C .