Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

шифр 77/6 - 08 - 17

| Задание | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | Всего |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Баллы | 12 | 12 | 2 | 0 | 10 | 15 | 5 | 1 | 57 |

**Вариант** 2

Задача № 1

$a \in N$.

Пусть 1 число $a$, тогда 2 число $a+2$, 3 число $a+3$, 4 число $a+1$

Возможно 3 варианта разделения на группы

1) $a$ и $a+1$ ; $a+2$ и $a+3$
2) $a$ и $a+2$ ; $a+1$ и $a+3$
3) $a$ и $a+3$ ; $a+1$ и $a+2$

(т.к. $(a+2)(a+3)$, $(a+1)(a+3)$ и $(a+1)(a+2)$ больше произведения первой группы на 2021 т.к. в первой группе всегда есть $a$.

$a(a+1) = (a+2)(a+3) - 2021$

$a(a+2) = (a+1)(a+3) - 2021$

$a(a+3) = (a+1)(a+2) - 2021$

Запишем равенства

1) $\cancel{a^2} + a = \cancel{a^2} + 5a + 6 - 2021$

$5a - a = 2021 - 6$

$4a = 2015$

$a = \frac{2015}{4}$

$\frac{2015}{4} \notin N \Rightarrow$ не подходит по смыслу задачи)

2) $\cancel{a^2} + 2a = \cancel{a^2} + 4a + 3 - 2021$

$4a - 2a = 2021 - 3$

$2a = 2018$

$a = 1009$

подходит V

3) $\cancel{a^2} + \cancel{3a} = \cancel{a^2} + \cancel{3a} + 2 - 2021$

$0 = -2019$ (такого быть не может)

1 число $a = 1009$

2 число $a+2 = 1011$

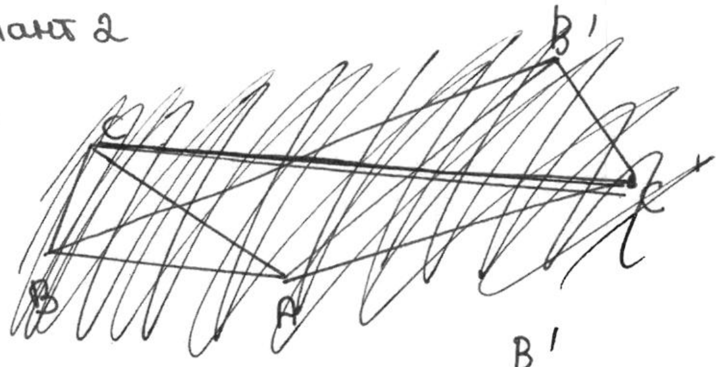
3 число $a+3 = 1012$

4 число $a+1 = 1010$

Ответ: 1009; 1011; 1012; 1010.

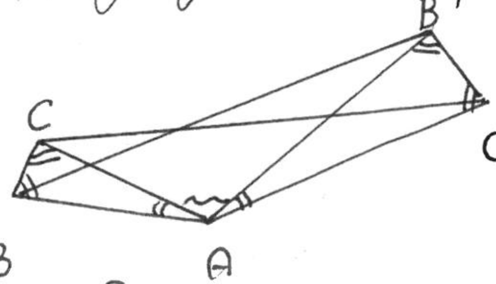
Вариант 2

Задача № 2



Дано:
$\triangle ABC$ и $\triangle AB'C'$
$AB = AC = 41$
$BC = 30$
$AB' = AC' = 287$
$B'C' = 210$

До-ть:
$BB' = C'C$




Решение

Рассмотрим $\triangle ABC$ и $\triangle AB'C'$

1) $\frac{BC}{B'C'} = \frac{210}{30} = 7$

2) $\frac{AB}{AB'} = \frac{AC}{AC'} = \frac{287}{41} = 7$

$\Rightarrow \frac{BC}{B'C'} = \frac{AB}{AB'} = \frac{AC}{AC'} = 7 \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle AB'C'$

по III признаку подобия треугольников по 3 подобным сторонам

$\Rightarrow \angle AB'C' = \angle AC'B' = \angle ACB = \angle ABC$

$\angle B'AC' = \angle BAC$

Рассмотрим $\triangle BAB'$ и $\triangle CAC'$

1) $\angle BAC'$ - общий

2) $AC' = AB'$

3) $CA = B2$

$\Rightarrow \triangle BAB' = \triangle CAC'$ по I признаку (СУС) 2 сторнам и углу между ними.

$\Rightarrow$ все элементы этих треугольников равны

$\Rightarrow BB' = C'C$ #

Задача № 3

$a^2 + 64 + 16a = (a+8)^2$

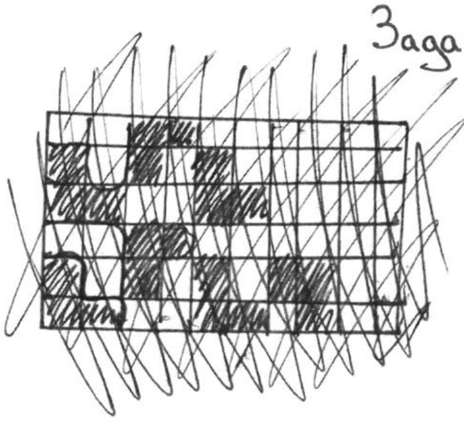
шифр 77/6-08-17

| Задание | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | Всего |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Баллы | | | | | | | | | |

Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

**Вариант** 2

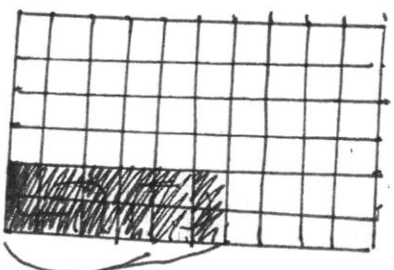
Задача №4



Решение

$S_{прямоуг} = 6 \cdot 10 = 60$

$S_{угла} = 3 \Rightarrow N_{мин} = \frac{S_{прям}}{S_{угла}} = \frac{60}{3} = 20$



в таком кусочке помещается 4 угла

во всем прямоугольнике

5 таких кусочков $\Rightarrow 4 \cdot 5 = 20$ углов

это минимальное кол-во

т.к. $20 = N_{мин}$

$20 = 20$ #

Задача №6

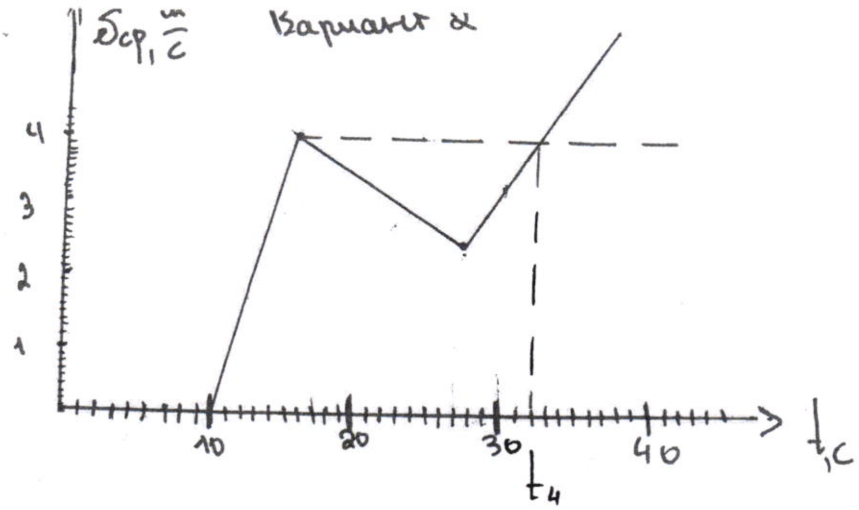
Решение

$\upsilon_{ср} = \frac{S_1}{t_1} = \frac{70}{17} \approx 4{,}1 \frac{м}{с}$

Построим график зависимости

$\upsilon_{ср}$ от $t$ (времени)

(средней скорости)




$\vartheta_{ср} = 4,1 \frac{м}{с}$ в момент времени $t_1$ равен ($t_1 = 17$ с)

$\vartheta_{ср\,2}$ в момент времен $t_2$ ($t_2 = 28$ с)

$\vartheta_{ср\,2} = \frac{S_1}{t_2} = \frac{70}{28} = 2,5 \frac{м}{с}$

$\vartheta_{ср\,3}$ в момент времени $t_3$ ($t_3 = 30$ с) равен

$\vartheta_{ср\,3} = \frac{S_2}{t_3} = \frac{100}{30} = 3,3$ с

$t_4 = 32$ с в момент времени 32 с средняя скорость была равна $4,1 \frac{м}{с}$

Ответ: 32 с

Задача № 7

| Дано: | Решение |
|---|---|
| $t_1 = 40°C$ | $Q_1 + Q_2 = 0$ $\quad c_м m_м (t_0 - t_1) + c_к (t_0 - t_к) = 0$ |
| $t_2 = 60°C$ | $Q_1' + Q_2' + Q_3 = 0$ |
| Найти: $t_к - ?$ | $c_к (t_0' - t_к) = Q_1'$ |

$Q_2' = \frac{9}{10} V \rho_в c_в (t_0' - t_2)$

$Q_3 = \frac{V}{9} \rho_м c_м (t_0' - t_1)$

$t_0 - t_2 = t_к - t_0.$

$c_м m_м (t_0 - t_1) + c_к (t_2 - t_0) = 0$

$(c_м m_м - c_к)(t_0 - t_2) = 0$

$c_м m_м = c_к$

$c_м V \rho_м = c_к$

$c_к (t_0' - t_к) + \frac{9}{10} V \rho_в c_в (t_0' - t_2) + \frac{V}{9} \rho_м c_м (t_0' - t_1)$

$(t_0' - t_2) = (t_1 - t_0')$

$2t_0' = t_2 + t_1$

$t_0' = \frac{t_2 + t_1}{2}$

$t_0' = \frac{100}{2} = 50°C$

$c_к (t_0' - t_к) + \frac{9}{10} V \rho_в c_в (t_0' - t_2) - \frac{V}{9} \rho_м c_м (t_0' - t_2)$

$c_м V \rho_м (t_0' - t_к) + V (t_0' - t_2) \left( \frac{9}{10} \rho_в c_в - \frac{\rho_м c_м}{9} \right) = 0$

$c_м \rho_м (t_0' - t_к) + (t_0' - t_2) \left( \frac{9 \rho_в c_в}{10} - \frac{\rho_м c_в}{9} \right) = 0$

Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

шифр 77/6-08-17

| Задание | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | Всего |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Баллы | | | | | | | | | |

**Вариант** 2

$$c_м \rho_м t_0' - c_м \rho_м t_к = (t_2 - t_0')\left(\frac{9\rho_в c_в}{10} - \frac{\rho_м c_м}{9}\right) = 0$$

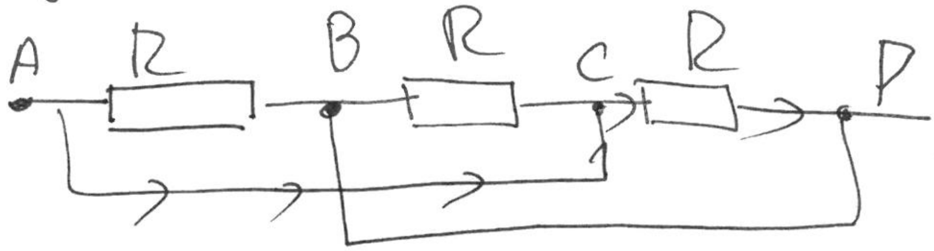
$$c_м \rho_м t_к = \frac{(t_2 - t_0')\left(\frac{\rho_м c_м}{9} - \frac{9\rho_в c_в}{10}\right) + c_м \rho_м t_0'}{1}$$

$$t_к = \frac{(t_2 - t_0')\left(\frac{\rho_м c_м}{9} - \frac{9\rho_в c_в}{10}\right) + c_м \rho_м t_0'}{c_м \rho_м}$$

$t_к \approx 18\,^\circ C$

Ответ: $18\,^\circ C$.

Задача №8 Вариант 2




Дано:

$R_0 - R_0' = 40$ Ом

При соединении без перемычек

$R_0 = 3R$

При соединении с перемычками

$R_0^1 = R$

$R_0 - R_0' = 2R \Rightarrow R = 20$ Ом

Ответ. 20 Ом

Задача №5

Решение

$Q_н = Q_п$ (нагревателя – н) (потерь – п) Температура перестаёт расти, когда кол-во теплоты затраченное на нагревание равно кол-во теплоты потерь. (Закон Ньютона-Рихмана)

$Q_п = N_п \cdot \tau$

$Q_н = N_н \cdot \tau$

$N_п \cdot \tau = N_н \tau$ $\quad N_н = v C_б$

$N_п = \alpha (t_0 - t)$ $\quad N_т \cdot \tau = N_н \cdot \tau$

$N_н = N_т$

$v_1 = 8 \frac{°C}{мин}$ $\quad t_1 = 5°C$

$v_2 = 2 \frac{°C}{мин}$ $\quad t_2 = 27°C$

$$\begin{cases} \alpha(t_0 - t_1) = v_1 C_б \\ \alpha(t_0 - t_2) = v_2 C_б \end{cases} \Big| :$$

Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

шифр 77/6-08-17

| Задание | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | Всего |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Баллы | | | | | | | | | |

**Вариант** 2

$$\begin{cases} \alpha(t_0-t_1)=\sigma_1 c_0 \\ \alpha(t_0-t_2)=\sigma_2 c_0 \end{cases} \Big| :$$

$$\frac{t_0-t_1}{t_0-t_2}=\frac{\sigma_1}{\sigma_2}$$

$$\sigma_2 t_0-\sigma_1 t_0=\sigma_2 t_1-\sigma_1 t_2$$

$$t_0(\sigma_2-\sigma_1)=\sigma_2 t_1-\sigma_1 t_2$$

$$t_0=\frac{\sigma_2 t_1-\sigma_1 t_2}{\sigma_2-\sigma_1}=$$

$$=\frac{2\cdot 5-8\cdot 27}{27-8}\approx 11^\circ C$$

$$\begin{cases} \alpha(t_0-t_k)=N_H+n N_H \\ \alpha(t_0-t_{MAX})=N_H \end{cases} \Big| :$$

$t_n$ – температура кипения

$t_{MAX}=30^\circ C$

$$\frac{t_0-t_n}{t_0-t_{MAX}}=1+n$$

$$n=\frac{t_0-t_n}{t_0-t_{MAX}}-1=3{,}6\approx 360\%$$

Ответ: $11^\circ C$ на $360\%$.