

Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

шифр 19-04-15

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	11	12	13	14	6	—	4	—	60

Вариант 2

н1.

Для начала решим, что если у нас ^{каждая} 10^k делится на 9 , то проверка числа 10^k по цифрам равна-то оно ок-ся на 9 \Rightarrow нужно проверить все 10^k

Заметим, что если у нас в проверке 10^k существует делитель, делитель на $5 \Rightarrow$ все проверки: \Rightarrow по признаку делимости на 5 ок-ся на 5 или на 10 не на 9 \Rightarrow нужно проверить все числа, кратные 5 .

Рассмотрим, какие числа у нас остались. Выписываем в таблицу; прономеруем строки. Заметим, что проверка каждой строки, кроме последней 10^k ок-ся на 9 , т.к. $1 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 9 \equiv 9 \pmod{9}$

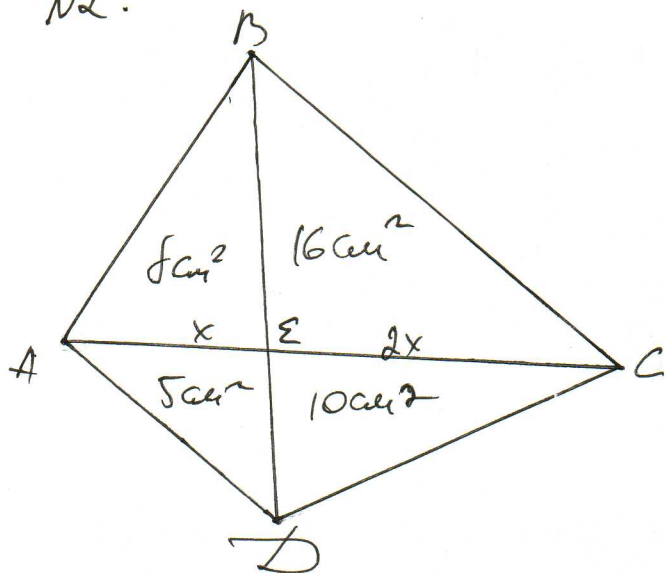
I	1	3	7	9
II	11	13	17	19
III	21	23	27	29
	⋮	⋮	⋮	⋮
2011	2013	2017	2019	
2021				

Заметим, что в ~~этой~~ проверке 2 строка будет ок-ся на 1 ($9 \cdot 9 = 81$), 3 строка будет ок-ся на 9 ($1 \cdot 9 = 9$) \Rightarrow 2 и строка будет ок-ся на $1 \Rightarrow$ 202 строка будет ок-ся на 1 , если мы это умножим на $2021 \equiv 1 \pmod{9}$ будет ок-ся на $1 \Rightarrow$ т.к. $1 \neq 3 \Rightarrow$ не

нужно проверять еще. Проверим 7 . Тогда 10^k не I строка будет ок-ся на 7 (равно 7) \Rightarrow из 201 — на 9 , и на $1 \Rightarrow$ прозв. все числа будут ок-ся на 3 , т.к. $7 \cdot 3 \cdot 1 = 21$.
 Теперь проверим 11 , 13 , 17 , 19 , 23 , 27 , 29 , 31 , 37 , 41 , 43 , 47 , 53 , 59 , 61 , 67 , 71 , 73 , 79 , 83 , 89 , 97 .
 Рассмотрим сколько чисел осталось, их осталось $4 \cdot 202 + 1 - 1 = 808 \Rightarrow$ мы проверим $2021 - 808 = 1214$ чисел

Объем: 1204,

№2.



$$S_{AEM} = S_{ABD} - S_{BED} = 13 \text{ cm}^2 - 5 \text{ cm}^2 = 8 \text{ cm}^2$$

$$S_{DEC} = S_{ACD} - S_{AED} = 15 \text{ cm}^2 - 5 \text{ cm}^2 = 10 \text{ cm}^2$$

По Т.О.С., $\frac{S_{AED}}{S_{BCE}} = \frac{AE}{EC} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} \Rightarrow$

$AE = x, EC = 2x$

По Т.О.С., $\frac{S_{AEM}}{S_{CEM}} = \frac{AE}{EC} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2} \Rightarrow$

$S_{CEM} = 16 \text{ cm}^2$

$$S_{ABCD} = S_{AEM} + S_{MEC} + S_{CED} + S_{DEA} = 8 \text{ cm}^2 + 16 \text{ cm}^2 + 10 \text{ cm}^2 + 5 \text{ cm}^2 = 39 \text{ cm}^2$$

Объем: 39 cm².

Дано:

$AC \cap BD = E$

$S_{ABD} = 13 \text{ cm}^2$

$S_{ACD} = 15 \text{ cm}^2$

$S_{AED} = 5 \text{ cm}^2$

$S_{ABCD} = ?$

№3. Разложим $x^2 + x - 2$.

$n=0 \Rightarrow x^2 + px + q = x^2 + x - 2 = (x+2)(x-1)$

$n=1 \Rightarrow x^2 + (p+n)x + q-n = x^2 + 2x - 3 = (x+3)(x-1)$

$n=2 \Rightarrow x^2 + (p+n)x + q-n = x^2 + 3x - 4 = (x+4)(x-1)$

$n=k \Rightarrow x^2 + (p+n)x + q-n = x^2 + (k+1)x - (k+2)$

$D = (k+1)^2 + 4(k+2) = k^2 + 2k + 1 + 4k + 8 = k^2 + 6k + 9 = (k+3)^2$

$x_1 = \frac{-k-1 - (k+3)}{2} = \frac{-2k-4}{2} = -k-2$

$x_2 = \frac{-k-1 + (k+3)}{2} = 1, 1 \in \mathbb{Z} \quad k \in \mathbb{N} \Rightarrow -k-2 \in \mathbb{Z}$

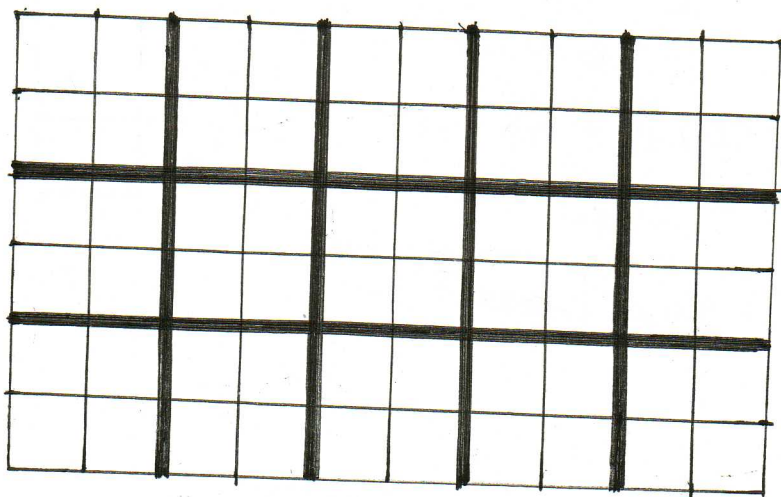
при $\forall n \in \mathbb{O}; 2022$ n -член системы имеет \mathbb{Z} корни.

Объем: существуют.

ч.

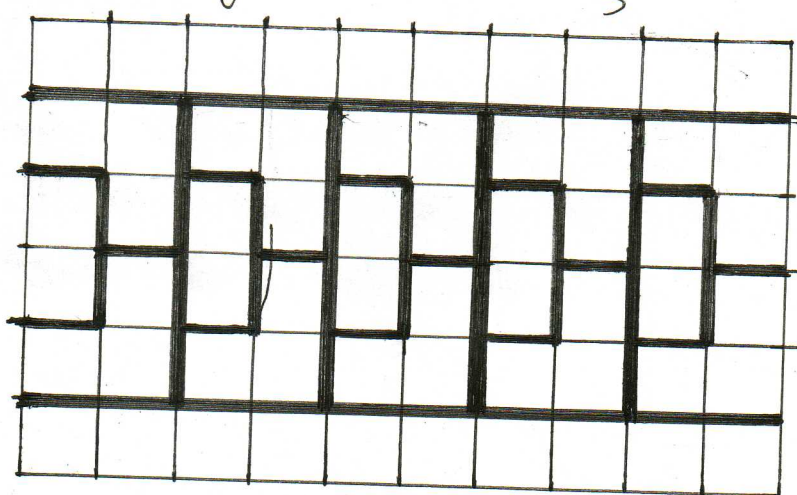
Оценка:

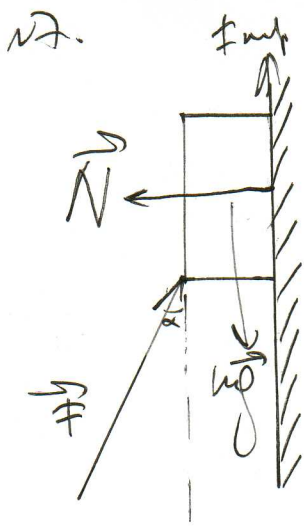
630906



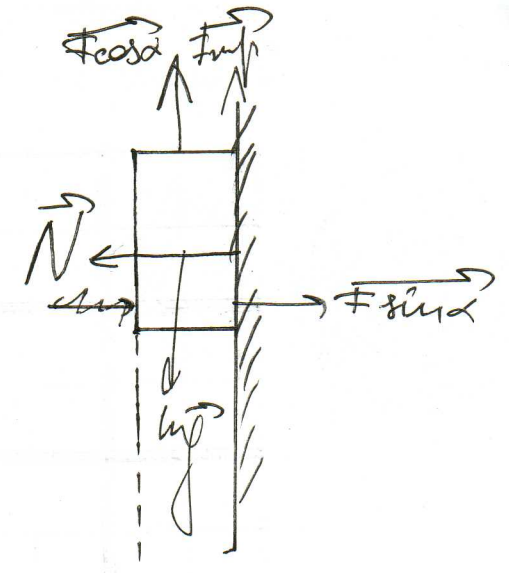
Разобьем доску на 15 квадратов 4×4 . Заметим, что если в квадрате закрашена 0 или 1 клетка, то можно раскрасить уголок. Значит в каждой клетке допустимо закрасить не больше 2 клеток, чтобы не было больше помех для углов. Значит, углы закрасены $\geq 2 \cdot 15 = 30$ клеток. В угле 3 клетки \Rightarrow углов $\geq \frac{30}{3} \Rightarrow \geq 10$.

Пример на 10.





Разложим
 F на $F \cdot \cos \alpha$
 $F \cdot \sin \alpha$
 $F \cdot \sin \alpha + F \cdot \cos \alpha = F$



$Ox: \vec{N} + F \sin \alpha = 0 \Rightarrow N = F \sin \alpha$

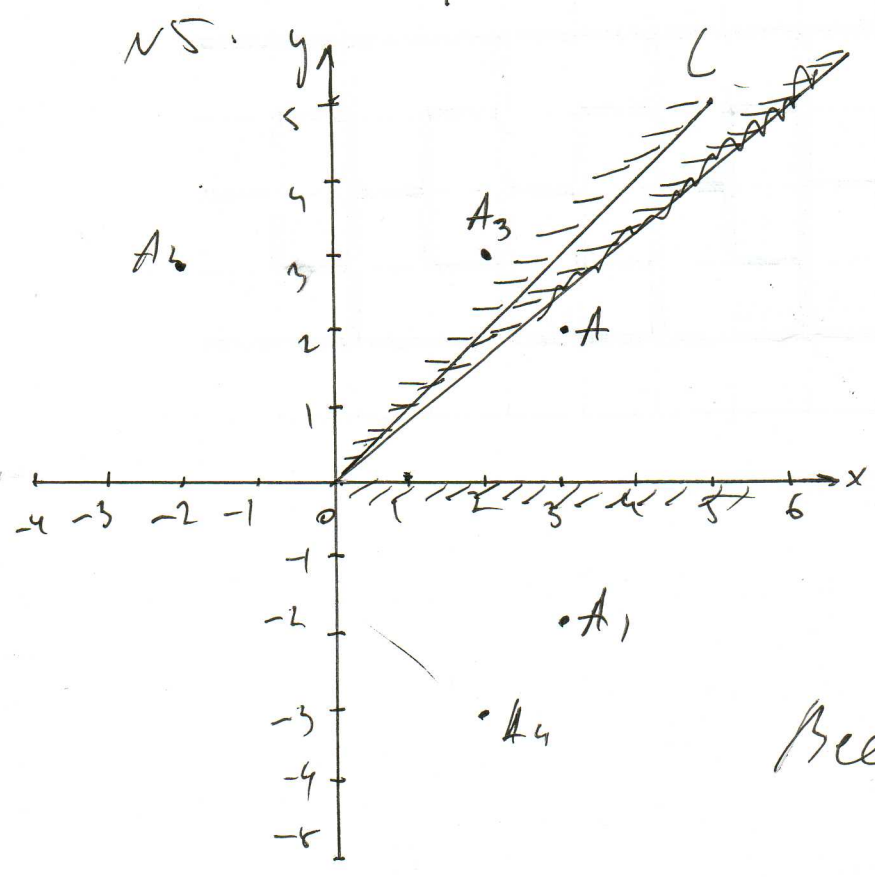
$Oy: mg + F \cos \alpha + F_{mp} = 0 \Rightarrow mg = F \cos \alpha + F_{mp}$

$F_{mp} = \mu N = \mu F \sin \alpha$

$mg = F(\cos 30^\circ + \mu \sin 30^\circ) \Rightarrow F = \frac{mg}{\cos 30^\circ + \mu \sin 30^\circ}$

$= \frac{mg}{\frac{\sqrt{3}}{2} + 0,1} = \frac{20 \cdot 10 \frac{H}{c}}{\frac{\sqrt{3}}{2} + 0,1} \approx \frac{20}{0,965} H \approx 20,7 H$

Ответ: 20,7 H



1) $S_{Ox}(A) = (3; -2) = A_1$

$S_L(A_1) = (-2; 3) = A_2$

Дальше симметрично
 тем.

$S_L(A) = A_3 = (2; 3)$

$S_{Ox}(A_3) = (+2; -3) = A_4$

Дальше симметрично тем

Всего 4 отраз.