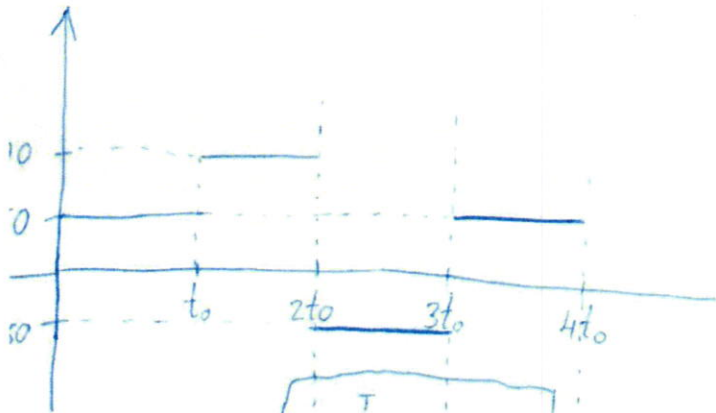


N7



Усредн.-?

$$U_{\text{усредн}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) dt} \quad T = 4t_0$$

$u = \text{const}$
не меняется
из времени $\Rightarrow u^2 = \text{const}$

на I участке: $u(t) = 50$

на II ур: $u(t) = 100$

на III ур: $u(t) = -50$

на IV ур: $u(t) = 50$

тогда:

$$U_{\text{усредн}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) dt} =$$

$$u(t) = \begin{cases} 50, & 0 \leq t \leq t_0 \\ 100, & t_0 < t \leq 2t_0 \\ -50, & 2t_0 < t \leq 3t_0 \\ 50, & 3t_0 < t \leq 4t_0 \end{cases}$$

$$\int u^2(t) dt = u^2 \cdot t + C$$

$$= \sqrt{\frac{1}{4t_0} \left(\int_0^{t_0} 2500 dt + \int_{t_0}^{2t_0} 10000 dt + \int_{2t_0}^{3t_0} 2500 dt + \int_{3t_0}^{4t_0} 2500 dt \right)} =$$

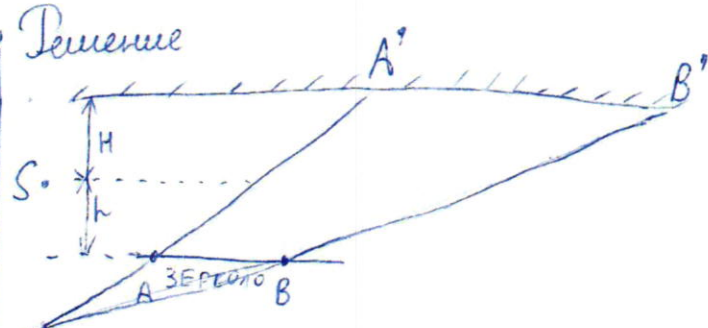
$$= \sqrt{\frac{1}{4t_0} (2500t_0 - 0 + 10000 \cdot 2t_0 - 10000 \cdot t_0 + 2500 \cdot 3t_0 - 2500 \cdot 2t_0 + 2500 \cdot 4t_0 - 2500 \cdot 3t_0)} =$$

$$= \sqrt{\frac{1}{4t_0} (2500t_0 + 10000t_0 + 2500t_0 + 2500t_0)} = \sqrt{\frac{17500t_0}{4t_0}} = 66,144 \text{ В}$$

Ответ: 66,144 В +

N6

Дано
 $l = 3 \text{ м}$
 $i = 2 \text{ м}$
 $= 1,5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$
 $= 4 \text{ с}$



Решение
Линия из S отраж. от зеркала
будет совпасть с S' (линия
идущая от S в зеркале)
 $\triangle S'AB \sim \triangle S'A'B'$; т.к. S' симметр. S
относительно плоскости зеркала =
 \Rightarrow расст. от S' до AB - h; а от
S' до пр. A'B' - (H+h) - (высота)
 $\triangle S'AB \sim \triangle S'A'B' \Rightarrow \frac{A'B'}{AB} = \frac{2h+H}{h} =$
 $= \frac{4+3}{2} = 3,5 \Rightarrow$ источник
всегда больше зеркала в 3,5
 \Rightarrow размеры солн. зайчика на ...

Ответ: размеры солн. зайчика ...



N5 продолжение

преобр. ур-ние: $mg = M \cdot a$ $a = g \cdot \frac{m}{M}$ - ускорение, развиваемое веревкой при дви. обезьяныпусть P - мощность, которую должна развить обезьяна F - сила, которую должна развить обезьяна v - скорость, развиваемая обезьянойт.к. обезьяна находится на высоте $h = \text{const}$

$$v = a \cdot t = g \cdot \frac{m}{M} \cdot t$$

$$F = mg$$

отсюда: +

$$P = F \cdot v = mg \cdot \frac{mg}{M} \cdot t = \frac{(mg)^2}{M} \cdot t = \frac{(20 \cdot 10)^2}{8} \cdot 3 = \underline{15000 \text{ Вт}}$$

Ответ: 15 000 Вт +

25.

105

N4 $x^2 - 20x + 22$

$$f(x) = x^2 - 20x + 22 \rightarrow g(x) = x^2 - 202x + 2$$

1) Рассмотрим $f(x)$, где сумма коэффициента при x и свободного члена равна $(-20 + 22) = 2$, а в $g(x)$ - эта сумма равна $-202 + 2 = -200$ 2) Следовательно, после некоторого числа операций появляется такой квадратный ~~трехчлен~~ трехчлен, где такая сумма равна -1 , т.е.:

$$x^2 - (n+1)x + n, \quad n \in \mathbb{Z} \text{ (после каждой операции данные коэф. при } x \text{ и свободный член или только на } 1)$$

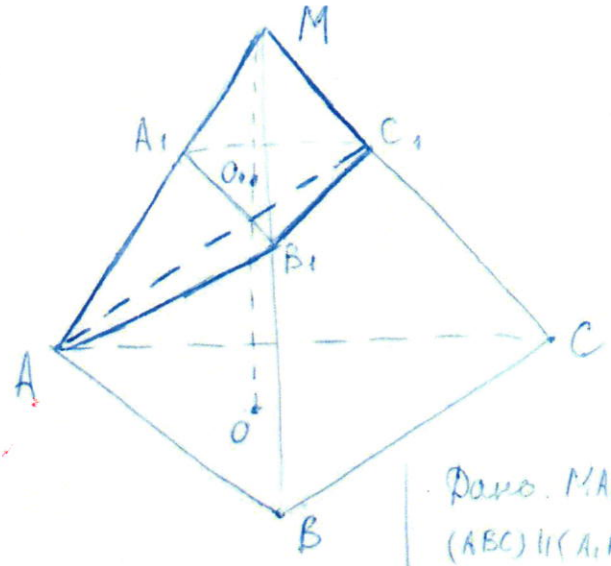
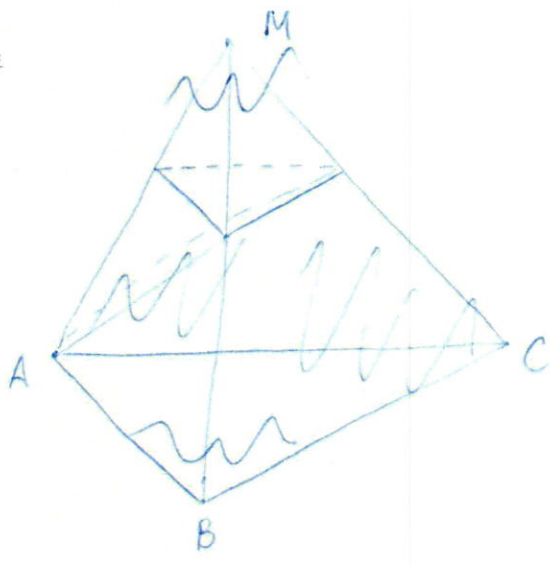
3) В квадратном трехчлене $x^2 - (n+1)x + n$ сумма его коэффициентов равна 0 $(1 - n - 1 + n = 0) \Rightarrow$ корнями явл. 1 и $\frac{n}{1}$, т.е. 1 и n ($n \in \mathbb{Z}$)

Ответ: да, верно

+



(N3)



Дано: $MABC$ - пирамида
 $(ABC) \parallel (A_1B_1C_1)$
 $V_{MABC} = 375$
 $V_{MA_1B_1C_1} = 81$
 Найти: V_{MABC_1}

Решение:

1) $V_{MA_1B_1C_1} = V_{MA_1B_1C_1} + V_{AA_1C_1B_1}$

$V_{MA_1B_1C_1} = \frac{1}{3} S_{A_1B_1C_1} \cdot MO_1$
 $V_{AA_1C_1B_1} = \frac{1}{3} S_{A_1B_1C_1} \cdot O_1O$
 $\Rightarrow V_{MA_1B_1C_1} = \frac{1}{3} S_{A_1B_1C_1} (MO_1 + O_1O) = \frac{1}{3} S_{A_1B_1C_1} \cdot MO$

2) $MABC \sim MA_1B_1C_1 \Rightarrow \frac{V_{MABC}}{V_{MA_1B_1C_1}} = \frac{MO^3}{MO_1^3}; \frac{375}{81} = \frac{MO^3}{MO_1^3}; \frac{125}{27} = \frac{MO^3}{MO_1^3}; \frac{MO}{MO_1} = \frac{5}{3} \Rightarrow \Rightarrow MO_1 = \frac{3MO}{5}$

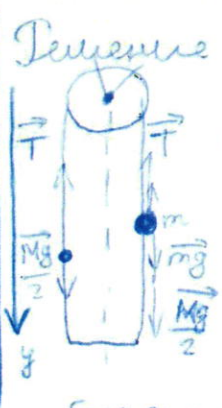
3) $V_{MA_1B_1C_1} = \frac{1}{3} S_{A_1B_1C_1} \cdot MO_1 = \frac{1}{3} S_{A_1B_1C_1} \cdot \frac{3}{5} MO = 81; S_{A_1B_1C_1} \cdot \frac{3MO}{5} = 243; S_{A_1B_1C_1} = 243 \cdot \frac{5}{3MO}$
 $S_{A_1B_1C_1} = \frac{1215}{3MO} = \frac{405}{MO}$

1) $V_{MA_1B_1C_1} = \frac{1}{3} \cdot S_{A_1B_1C_1} \cdot MO = \frac{1}{3} \cdot \frac{405}{MO} \cdot MO = \frac{405}{3} = 135$

Ответ: 135



15) Дано
 $M = 8 \text{ кг}$
 $m = 20 \text{ кг}$
 $h = \text{const}$
 $t = 3 \text{ с}$
 $p = ?$



M - масса веревки
 m - масса груза
 h - высота груза над землей: $h = \text{const}$
 t - время, которое карабкается груз

объект действует на веревку с силой mg ; направление оси y выбран вертикальным вниз; так как веревка - целое тело, ее состояние во всех точках будет одинаковым

Запишем для левой и правой половины веревки:

$\frac{Mg}{2} + T = \frac{Ma}{2}$
 $\frac{Mg}{2} + mg + T = \frac{Ma}{2}$

спроецируем силы на ось y : $\begin{cases} -\frac{Mg}{2} + T = \frac{Ma}{2} \\ \frac{Mg}{2} + mg - T = \frac{Ma}{2} \end{cases} \oplus$

28.





Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

шифр 021111

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	10	13	13	14	10	15	15	—	90

Вариант 2

(N1) $3b > 9a + c > 0$; т.г. $b^2 > 4ac$

$3b > 9a + c \quad | : 3$

$b > \frac{9a + c}{3}$

$b^2 > \left(\frac{9a + c}{3}\right)^2$, но $\left(\frac{9a + c}{3}\right)^2 = \frac{81a^2}{9} + \frac{18ac}{9} + \frac{c^2}{9}$, $a\left(\frac{9a - c}{3}\right)^2 = \frac{81a^2}{9} - \frac{18ac}{9} + \frac{c^2}{9} \Rightarrow$

$\Rightarrow \left(\frac{9a + c}{3}\right)^2 = \left(\frac{9a - c}{3}\right)^2 + 4ac \Rightarrow b^2 > \left(\frac{9a - c}{3}\right)^2 + 4ac \Rightarrow b^2 > 4ac$ *чтвг*

(N2) $\begin{cases} \sin^3 x + \sin^4 y = 1 \\ \cos^3 x + \cos^5 y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin^3 x + \sin^4 y = \sin^2 x + \cos^2 x \\ \cos^3 x + \cos^5 y = \sin^2 y + \cos^2 y \end{cases} \oplus \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \sin^3 x + \sin^4 y - \sin^2 x - \cos^2 x + \cos^3 x + \cos^5 y - \sin^2 y - \cos^2 y = 0$

$\sin^3 x - \sin^2 x + \sin^4 y - \sin^2 y + \cos^3 x - \cos^2 x + \cos^5 y - \cos^2 y = 0$

$\sin^2 x (\sin x - 1) + \sin^2 y (\sin^2 y - 1) + \cos^2 x (\cos x - 1) + \cos^2 y (\cos^3 y - 1) = 0$

$\underbrace{\geq 0}_{\leq 0} \quad \underbrace{-2 \leq \sin x - 1 \leq 0}_{\leq 0} \quad \underbrace{\geq 0}_{\leq 0} \quad \underbrace{-1 \leq \sin^2 y - 1 \leq 0}_{\leq 0} \quad \underbrace{\geq 0}_{\leq 0} \quad \underbrace{-2 \leq \cos x - 1 \leq 0}_{\leq 0} \quad \underbrace{\geq 0}_{\leq 0} \quad \underbrace{-2 \leq \cos^3 y - 1 \leq 0}_{\leq 0}$

Сумма неполож. слагаемых равна 0 $\Rightarrow \begin{cases} \sin^2 x (\sin x - 1) = 0 \\ \sin^2 y (\sin^2 y - 1) = 0 \\ \cos^2 x (\cos x - 1) = 0 \\ \cos^2 y (\cos^3 y - 1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\begin{cases} \sin^2 x (\sin x - 1) = 0 \\ \cos^2 x (\cos x - 1) = 0 \\ \sin^2 y (\sin^2 y - 1) = 0 \\ \cos^2 y (\cos^3 y - 1) = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} \sin^2 x (\sin x - 1) = 0 \\ \sin^2 x = 0 \text{ или } \sin x = 1 \\ \sin x = 0 \quad x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ x = \pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$

$\begin{cases} \cos^2 x (\cos x - 1) = 0 \\ \cos x = 0 \text{ или } \cos x = 1 \\ x = \frac{\pi}{2} + \pi l, l \in \mathbb{Z} \\ x = 2\pi r, r \in \mathbb{Z} \end{cases}$

$\begin{cases} \sin^2 y (\sin^2 y - 1) = 0 \\ \sin y = 0 \text{ или } \sin^2 y = 1 \\ y = \pi t, t \in \mathbb{Z} \\ \sin^2 y = 1 \\ \sin y = 1 \\ \sin y = -1 \end{cases} \Rightarrow y = \frac{\pi}{2} + \pi m, m \in \mathbb{Z}$

$\begin{cases} \cos^2 y (\cos^3 y - 1) = 0 \\ \cos y = 0 \text{ или } \cos^3 y = 1 \\ y = \frac{\pi}{2} + \pi b, \cos y = 1 \\ y = 2\pi c, c \in \mathbb{Z} \end{cases}$

$\begin{cases} x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{2} + 2\pi l, l \in \mathbb{Z} \\ y = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \\ y = 2\pi t, t \in \mathbb{Z} \end{cases}$

Ответ: $(2\pi k; \frac{\pi}{2} + \pi n); (\frac{\pi}{2} + 2\pi l; 2\pi t), k, n, l, t \in \mathbb{Z}$

