Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

шифр 63-09-14

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	11	12	12	10	10	15	8	10	88

Вариант 2

№2

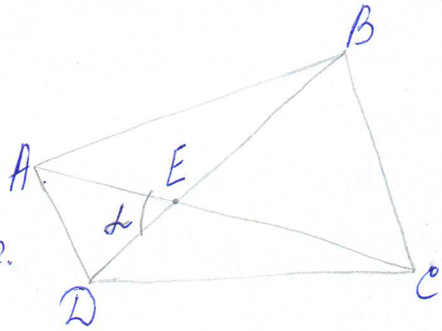
Дано:

$S_{ABD} - 13\ см^2$

$S_{ACD} - 15\ см^2$

$S_{AED} - 5\ см^2$

Найти: S_{ABCD} -?



Решение:

1) Мы знаем, что произведение S треуг.-ов., прилегающих к противоп. сторонам четыр-ка равны, т.е

$S_{AED} \cdot S_{BEC} = S_{AEB} \cdot S_{DEC}$

2) $S_{DEC} = S_{ACD} - S_{AED} = 15 - 5 = 10\ см^2$

$S_{AEB} = S_{ABD} - S_{AED} = 13 - 5 = 8\ см^2$

S_{BEC} -?

3) $S_{AED} \cdot S_{BEC} = S_{AEB} \cdot S_{DEC}$

$5 \cdot S_{BEC} = 8 \cdot 10$

$S_{BEC} = \frac{80}{5} = 16\ см^2$

4) $S_{ABCD} = S_{AED} + S_{BEC} + S_{AEB} + S_{DEC} = 5 + 16 + 8 + 10 = 39\ см^2$

Ответ: $39\ см^2$

№1

$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot \ldots \cdot 2020 \cdot 2021 \cdot 2022$

$n = 2022$

k -? (кол-во множителей, которое нужно вычеркнуть)

Первоначально необходимо убрать четные, а затем числа кратные пяти.

$m = 1011$ - четные числа

$s = 404$ - числа кратные пяти

$p = 202$ - числа кратные двум и пяти

$1 \cdot \cancel{2} \cdot 3 \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{5} \cdot \cancel{6} \cdot 7 \cdot \cancel{8} \cdot 9 \cdot \ldots \cdot \cancel{2020} \cdot 2021 \cdot \cancel{2022}$

$1\cdot3\cdot7\cdot9\cdot11\cdot13\cdot17\cdot19\cdot\ldots\cdot2011\cdot2013\cdot2017\cdot2019\cdot2021$

В данной последовательности видим, что последние цифры чередуются
$1\cdot3\cdot7\cdot9=189$ оканчивается на 9 и при перемножении всех таких чисел получ.
конце еденицу (кроме числа 2021)
таких четверок четное кол-во и возникает необходимость в удалении числа
оканч. на три. ($1\cdot7\cdot9=63$ оканч. на три) В этом случае произведение оставши-
ся чисел будет оканч. на три

~~$= m + S - p - 1 = 1011 + 400 - 20$~~

$= m + S - p - 1 = 1011 + 404 - 202 - 1 = 1214$

Ответ: 1214

№3

Существует x^2+px+q такой, что все трехчлены вида $x^2+(p+n)x+q-n$,
где $n=0,1,2\ldots2022$ имеет целые корни

Рассмотрим квадрат. трехчлен x^2-1, где $p=0$, $q=-1$

при $n=0$ $x^2-1=(x-1)(x+1)$

при $n=1$ $x^2+x-2=(x-1)(x+2)$

при $n=2$ $x^2+2x-3=(x-1)(x+3)$

и т.д. Покажем, что при $n=S$ $x^2+Sx-(S+1)$ имеет целые корены

$$x^2+Sx-(S+1)=0$$

$$D=b^2-4ac=S^2+4(S+1)=S^2+4S+4=(S+2)^2,$$ где S принадлежит N

$$x_1=\frac{-S+S+2}{2}=1$$

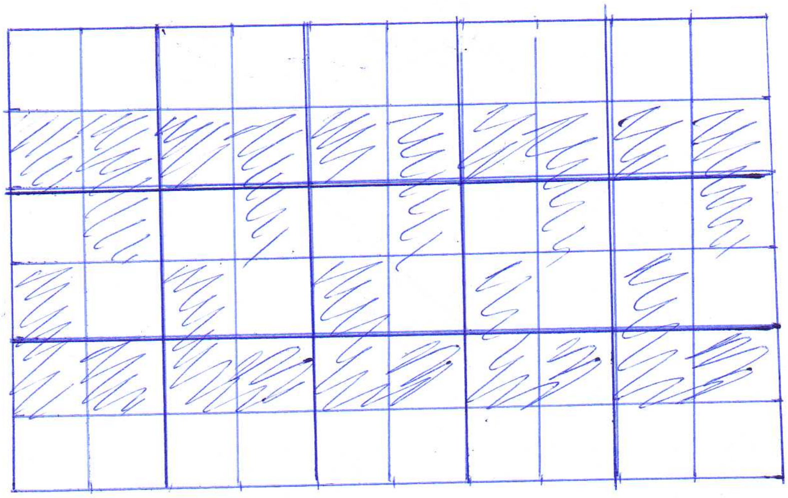
$$x_2=\frac{-S-S-2}{2}=\frac{-2S-2}{2}=-S-1$$

$-S-1$ – число целое, т.к $S\in N$

Из доказанного следует, что существует квадратный трехчлен, что все
$x^2+(p+n)x+q-n$ имеет целые корни, причем один из корней равен 1.

65-09-14

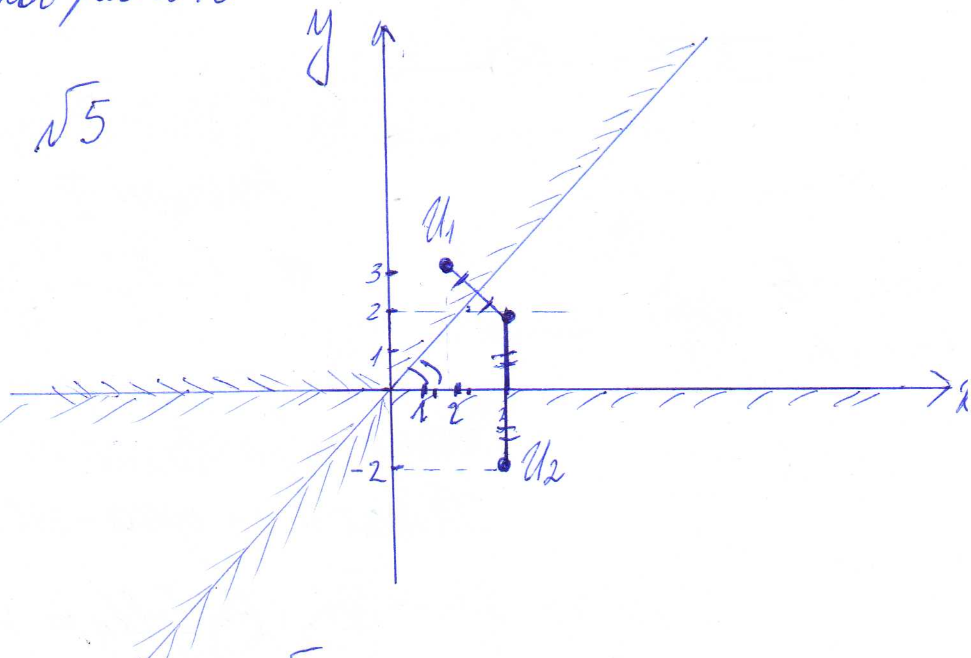
№4



Для удобства разобьем прямоугол-ник на квадраты (каждый квадрат содерж. 4 клетки). В каждый такой квадрат можно поместить уголок из 3 клеток, если закрашена 1 клетка и нельзя поместить, если будут закрашены 2 клетки или более. Пусть ~~все~~ в каждом квадрате закрашены по 2 клетки, тогда макс. кол-во закрашенных клеток равно 30, т.к уголок содерж. 3 клетки, то наим. кол-во уголков равно 10

Ответ: 10

№5



U_1 - изображение 1

U_2 - изображение 2

$U_1\ (2;3)$

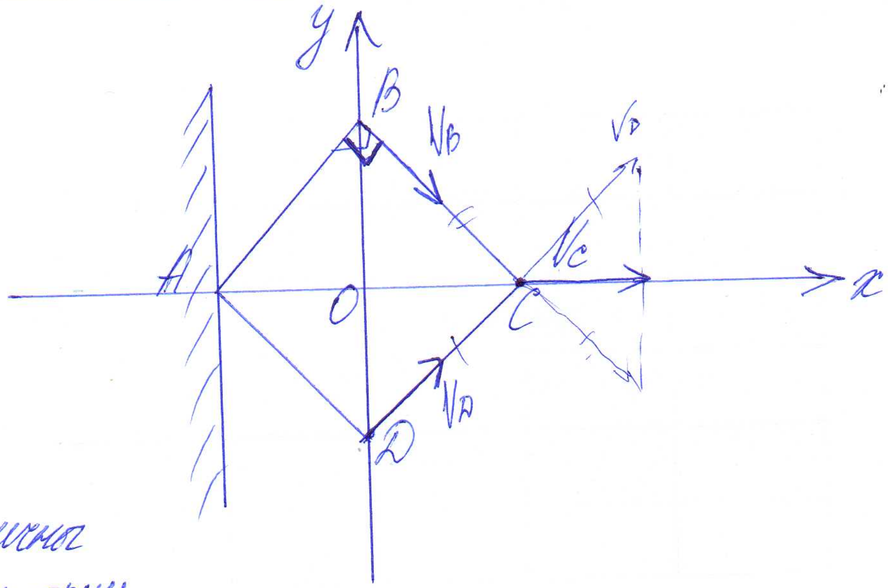
$U_2\ (3-2)$

$n = \frac{360°}{\alpha} - 1 = \frac{360}{45} - 1 = 7$

Ответ: 7

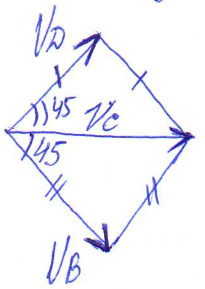
№6

...но:
...20 см/с
...ти V_B - ?



...шение:
$\vec{V_C} = \vec{V_B} + \vec{V_D}$

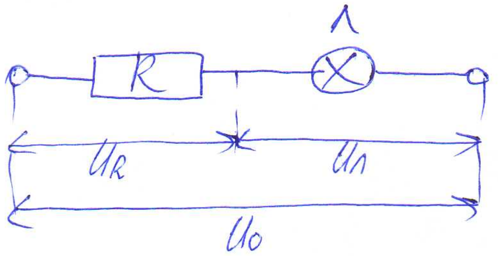
$V_B = \cos 45 \cdot V_C$
...чки B и D симметричны
$V_B = V_D$ в силу симметрии.



$V_B = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 20$ см/с $= 10\sqrt{2}$ см/с

Ответ: $10\sqrt{2}$ см/с.

№8



$U_0 = 20$ В
$R = 5$ Ом

$$\left.\begin{aligned} U_0 &= U_R + U_Л \\ U_R &= IR \end{aligned}\right| \Longrightarrow U_0 = IR + U_Л$$

Выражаем I, $I = \frac{(U_0 - U_Л)}{R} = \frac{U_0}{R} - \frac{U_Л}{R}$

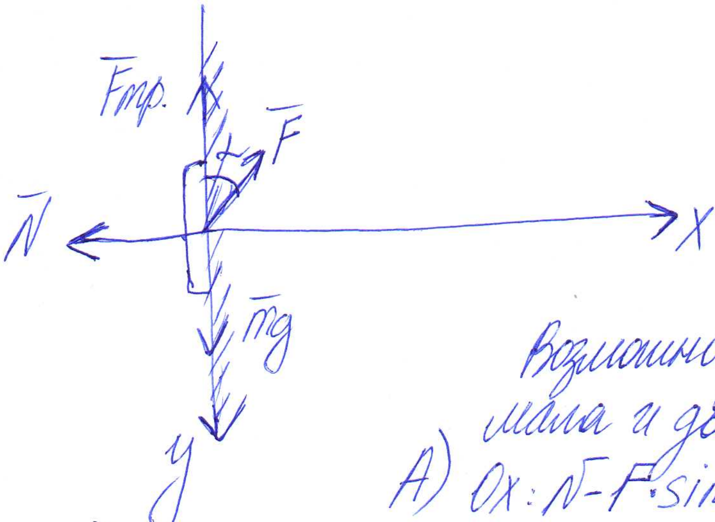
$I = \frac{20}{5} - \frac{U_Л}{5} = 4 - \frac{U_Л}{5}$

Найдем на графике точку, которая удовлетвор. этому выражению, то есть $20 = 5I + U_Л$
Такая точка одна - это $I = 2$ А, $U_Л = 10$ В

$2 = 4 - \frac{10}{2}$, $P = I \cdot U_Л = 2 \cdot 10 = 20$ Вт - мощность на лампе.

Ответ: 20 Вт

№7 05-09-14



$$\vec{F}+\overrightarrow{mg}+\vec{N}+\overrightarrow{F_{тр}}=0$$

Возможно движение вниз, если F слишком мала и движение вверх, если F большая

А) $Ox: N-F\cdot\sin\alpha=0,\ \Rightarrow N=F\sin\alpha$

$Oy: -F\cos\alpha+mg-F_{тр}=0$

$F_{тр}=\mu\cdot N=\mu\cdot F\cdot\sin\alpha$

$-F\cos\alpha+mg-\mu F\sin\alpha=0$

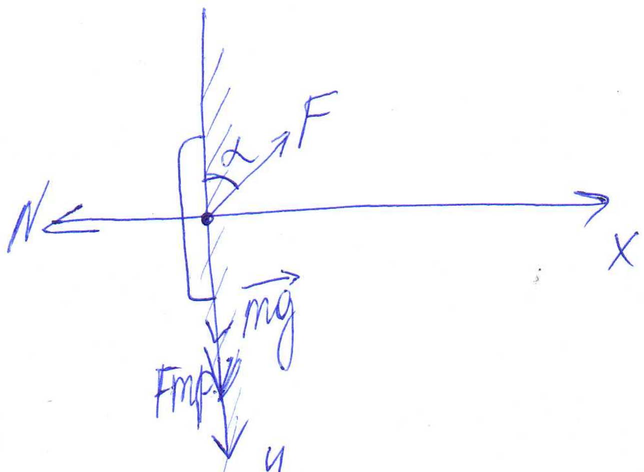
$-F(\cos\alpha+\mu\sin\alpha)=-mg$

$$F=\frac{mg}{\cos\alpha+\mu\sin\alpha}=\frac{2\cdot10}{\frac{\sqrt{3}}{2}+0{,}2\cdot\frac{1}{2}}=$$

$$=\frac{20}{0{,}5\sqrt{3}+0{,}1}=\frac{20}{0{,}5\cdot1{,}73+0{,}1}=20{,}73\,H$$

Ответ: 20,73, когда движение вниз.

Б) Движение вверх



$Ox: N-F\cdot\sin\alpha=0$

$Oy: -F\cos\alpha+mg+F_{тр}=0$

$F_{тр}=\mu F\sin\alpha$

$-F\cos\alpha+mg+\mu F\sin\alpha=0$

$F(-\cos\alpha+\mu\sin\alpha)=-mg$

$$F=\frac{mg}{\cos\alpha-\mu\cdot\sin\alpha}=\frac{20}{0{,}5\cdot1{,}73-0{,}1}=$$

$=26{,}6H$?

когда движение вверх $< F \leq$