



Многопрофильная
инженерная
олимпиада
«Звезда»

Шифр 29-08-13

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Всего
Баллы	12	12	12	12	0	5	15	10			78

Вариант 2

№1 126

Т.к. числа последовательные, обозначу их как $a, (a+1), (a+2), (a+3)$. Из этих чисел 2 чётных и 2 нечётных. Заметим, что разность произведений - нечётное число $\Rightarrow \Rightarrow$ произведения разной чётности. Чётное число могло получиться только произведением 2 чётных чисел. Т.к. числа последовательные, нечётные числа стоят через одного, т.е. числа разделим на группы: 1) a и $(a+2)$ 2) $(a+1)$ и $(a+3)$. По условию,

$$a(a+2) = (a+1)(a+3)$$

$$a^2 + 2a + 2021 = a^2 + 3a + a + 3$$

$$4a - 2a = 2021 - 3$$

$$2a = 2018$$

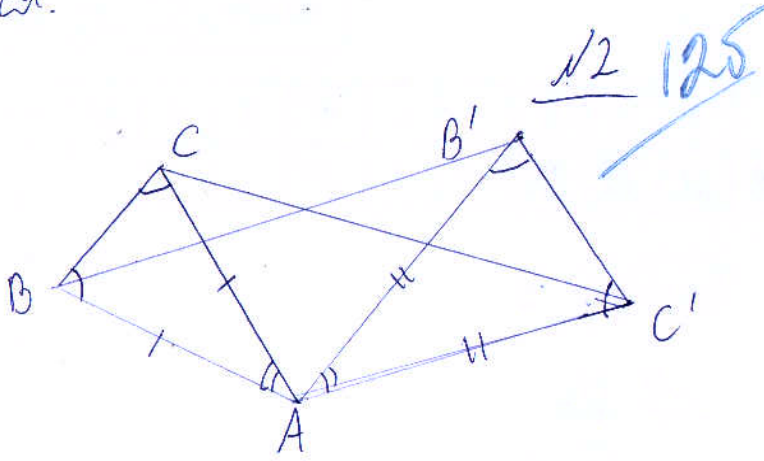
$$a = 1009 \Rightarrow \text{искомые числа} - 1009, 1010, 1011 \text{ и } 1012$$

Ответ: 1009; 1010, 1011 и 1012.

№3 126

Полученное число - $a^2 + 16a + 64$. Его можно представить, как $(a+8)^2 \Rightarrow$ это квадрат некоторого числа. В его записи есть нули и 2022 единицы \Rightarrow сумма всех цифр 2022 $\Rightarrow \Rightarrow$ число кратно 3 (т.к. $2022 : 3$). Предположим, если $(a+8)^2$ - квадрат числа n ($n \in \mathbb{N}$), то $n^2 : 3 \Rightarrow n : 3 \Rightarrow n^2 : 3^2 \Rightarrow n^2 : 9 \Rightarrow \Rightarrow$ сумма цифр числа n^2 (т.е. $(a+8)^2$) : 9. Но сумма цифр этого

тема 2022, а 2022 $\S 9$ - противоречие. Значит теза
ошибся.



1) Р-рим ΔABC и $\Delta AB'C'$:

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{C'A}{CA} = \frac{287}{41} = \frac{210}{30} = 7 \Rightarrow \Delta ABC \text{ и } \Delta AB'C' \text{ подобные} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle ABC = \angle BCA = \angle AB'C' = \angle AC'B' \text{ (равнобедр.)},$$

$$\angle BAC = \angle B'AC'$$

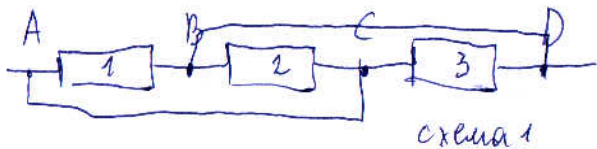
2) Р-рим $\Delta BB'A$ и ΔCCA :

1) $BA = CA$
 2) $AC' = AB'$
 3) $\angle BAB' = \angle BAC + \angle CAB' = \angle B'AC' + \angle CAB' = \angle CAC$

$$\Rightarrow \Delta BB'A = \Delta CCA \text{ (по 2 стор. и } \angle \text{ между ними)} \Rightarrow$$

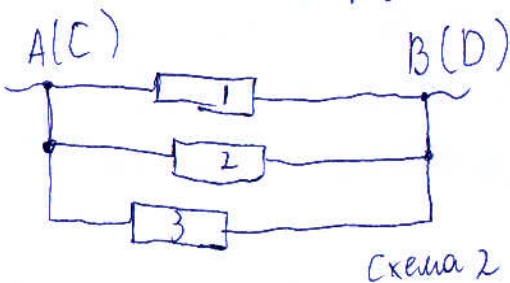
$$\Rightarrow BB' = CC', \text{ т.т.д.}$$

Если точки соединить



перемычками, то получится схема 1
 т.к. у переключек нулевое сопротивление
 В Точках А и С одинаковый потенциал, и в точках В и D одинаковый потенциал \Rightarrow можно составить эквивалентную схему (2):

Эта сопротивление резистора = R \Rightarrow



Сопротивление исходной схемы = $3R$,
 а новой $\frac{R}{n}$, где n - кол-во резисторов
 (т.к. одинаковые), т.е. $\frac{R}{3}$. $R \neq 0 \Rightarrow 3R > \frac{R}{3}$
 $\Rightarrow \frac{R}{3} + 40 \text{ Ом} = 3R \quad | \cdot 3$
 $R + 120 \text{ Ом} = 9R \quad ; \quad 8R = 120 \text{ Ом} \Rightarrow R = 15 \text{ Ом}$
 Ответ: 15 Ом



Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

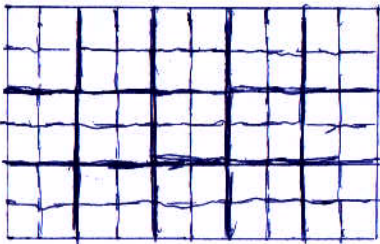
Шифр 29-08-13

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Всего
Баллы											

№ 12

Разобьём данный

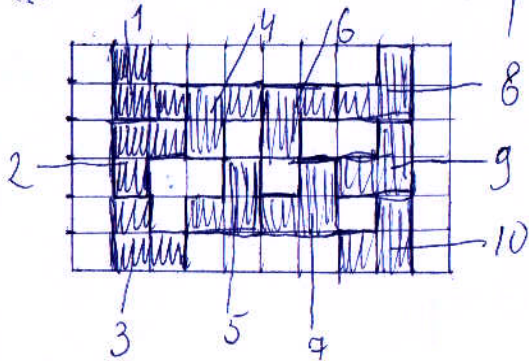
прямоугольник на квадраты 2×2 :



Заметим, что если в каждом квадрате закрашено менее 2 клеток, то в таком квадрате можно поместить ещё один уголок \Rightarrow в каждом квадрате должно быть занято минимум 2 клетки. Всего 15 квадратов \Rightarrow

\Rightarrow хотя бы 30 клеток должны входить в уголки \Rightarrow уголков

хотя бы $30 : 3 = 10$. Пример на 10 уголков:



Ответ: 10

№ 7

1) Т.к. при наполнении калориметра маслом установилось температурное равновесие, $Q_{отд} = Q_{пол}$ (неизвестно, по отношению к маслу, а это к калориметру)

$$c_m \rho_m V_m \Delta t_{\text{масл}} = \epsilon_k \Delta t_k$$

По условию, $\Delta t_m = \Delta t_k \Rightarrow$

$$\Rightarrow C_k = c_m \rho_m V (!)$$

объём жидкости, которая может поместиться в калориметр

ёмкость калориметра

2) Рассмотрим второй случай:

$$0,9 c_b \rho_b V (t - t_2) + 0,1 c_u \rho_u V (t - t_1) + C_k (t - t_k) = 0, (*)$$

где t - конечная температура системы, t_k - искомая температура

По условию, $|t - t_2| = |t - t_1|$ (**)

Т.к. $t_2 > t_1$, $t - t_2 < t - t_1$. Если это слова "одного знака", то не выполняется (**)

$$\left. \begin{array}{l} t - t_2 < 0 \\ t - t_1 > 0 \\ \text{или (**)} \end{array} \right\} \Rightarrow t - t_1 = -(t_2 - t)$$

$$t - t_1 = t_2 - t \Rightarrow 2t = t_1 + t_2 = (60 + 40)^\circ\text{C} = 100^\circ\text{C} \Rightarrow t = 50^\circ\text{C}$$

В равенстве (*) слагаемое (1) < 0 ($0,9 c_b \rho_b V > 0, (t - t_2) < 0$), слагаемое (2) > 0 ($0,1 c_u \rho_u V > 0, t - t_1 > 0$). Исходя из справочных данных, $|0,9 c_b \rho_b V| > |0,1 c_u \rho_u V| \Rightarrow$ слагаемое (1) больше $\Rightarrow |(1)| > |(2)| \Rightarrow (3) > 0 \Rightarrow t - t_k > 0$ ($C_k > 0$) =

~~$$0,9 c_b \rho_b V (t - t_2) = 0,1 c_u \rho_u V (t - t_1) + C_k (t - t_k)$$~~

$$0,9 c_b \rho_b V (t_2 - t) = 0,1 c_u \rho_u V (t - t_1) + C_k (t - t_k)$$

$$\begin{aligned} C_k (t - t_k) &= 0,9 c_b \rho_b V (t_2 - t) - 0,1 c_u \rho_u V (t - t_1) = 0,9 \cdot 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}^\circ\text{C}} \cdot \\ &\cdot 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot (60 - 50)^\circ\text{C} \cdot V - 0,1 \cdot 900 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 2100 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}^\circ\text{C}} \cdot (50 - 40)^\circ\text{C} \cdot V = \\ &= 10^\circ\text{C} \cdot V (0,9 \cdot 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}^\circ\text{C}} \cdot 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} - 0,1 \cdot 900 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 2100 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}^\circ\text{C}}) = \\ &= 10^\circ\text{C} \cdot V \cdot 2100 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}^\circ\text{C}} (0,9 \cdot 2 \cdot 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} - 0,1 \cdot 900 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}) = 10^\circ\text{C} \cdot V \cdot 2100 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}^\circ\text{C}} \cdot \\ &\cdot 900 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} (2 - 0,1) = 2100 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}^\circ\text{C}} \cdot 900 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 10^\circ\text{C} \cdot 1,9 \cdot V = C_k (t - t_k) = \\ &= c_u \rho_u V (t - t_k) \text{ (исходя из (!))} = 2100 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}^\circ\text{C}} \cdot 900 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot V (t_k - t_k) \Rightarrow \\ &\Rightarrow (t - t_k) = 10^\circ\text{C} \cdot 1,9 = 19^\circ\text{C} \Rightarrow t_k = t - 19^\circ\text{C} = (50 - 19)^\circ\text{C} = \underline{31^\circ\text{C}} \end{aligned}$$

Ответ: 31°C



Многопрофильная
инженерная
олимпиада
«Звезда»

Шифр 29-08-13

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Всего
Баллы											

№6

$v_{\text{ср}} = \frac{L}{t_0}$, где L - пройденное на данный момент расстояние.

$$v_{\text{ср}} = \frac{70 \text{ м}}{17 \text{ с}} \approx \underline{4,12 \text{ м/с}} \quad 5 \text{ б}$$

№5

Т.к. нагрев прекратился когда при $t = 30^\circ \text{C}$, температура
окр. среды = 30°C 0,5 б

