



Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

шифр 18-08-54

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	12	12	12 2	4	10	15	15	10	80

Вариант 1

✓ 1) Пусть n - наименьшее из чисел.

Перепишем все пары.

$$n(n+1) + 2022 = (n+2)(n+3)$$

$$n^2 + n + 2022 = n^2 + 5n + 6$$

$$4n = 2016$$

$$n = 504$$

Ответ: 504, 505, 506, 507.

$$n(n+2) + 2022 = (n+1)(n+3)$$

$$n^2 + 2n + 2022 = n^2 + 4n + 3$$

$$2n = 2019 \Rightarrow \emptyset$$

125

$$n(n+3) + 2022 = (n+1)(n+2)$$

$$n^2 + 3n + 2022 = n^2 + 3n + 2$$

$$2022 = 0 \Rightarrow \emptyset$$

✓ 2) Дано:

$\triangle ABC$ и $\triangle AB'C'$

$$AB = AC = 34$$

$$BC = 20$$

$$AB' = AC' = 222$$

$$B'C' = 120$$

Доказать:

$$BB' = CC'$$

Решение:

1. Заметим, что $\frac{AC}{AC'} = \frac{AB}{AB'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{1}{6} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle AB'C'$ (по трём сторонам) $\Rightarrow \angle BAC = \angle B'AC'$

2. $\angle BAB' = \angle BAC + \angle CAB'$, $\angle CAC' = \angle B'AC' + \angle CAB'$, $\angle BAC = \angle B'AC' \Rightarrow \angle BAB' = \angle CAC'$

3. Рассмотрим $\triangle CAC'$ и $\triangle BAB'$. В них:

1) $\angle BAB' = \angle CAC'$ (пункт 2)

2) $AC = BC$ (по условию)

3) $AB' = AC'$ (по условию)

$$\triangle CAC' = \triangle BAB' \Rightarrow BB' = CC'$$

125



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр 18-08-54

$$\sim 3) a^2 + 49 - 14a = (a-7)^2$$

Полученное число является квадратом. Рассмотрим остатки квадратов по модулю 9.

$$x=0 \pmod{9}, x^2=0 \pmod{9}$$

$$x=1 \pmod{9}, x^2=1 \pmod{9}$$

$$x=2 \pmod{9}, x^2=4 \pmod{9}$$

$$x=3 \pmod{9}, x^2=0 \pmod{9}$$

$$x=4 \pmod{9}, x^2=7 \pmod{9}$$

$$x=5 \pmod{9}, x^2=7 \pmod{9}$$

$$x=6 \pmod{9}, x^2=0 \pmod{9}$$

$$x=7 \pmod{9}, x^2=4 \pmod{9}$$

$$x=8 \pmod{9}, x^2=1 \pmod{9}$$

Заметим, что число, которое получил Петья по модулю 9 равно сумме его цифр по модулю 9 $\Rightarrow 2022 = 6 \pmod{9} \Rightarrow$ Полученное число равно 6 по модулю 9, а так как оно является квадратом, то его остаток по модулю 9 может быть равен 0, 1, 4, 7 \Rightarrow Полученное число не квадрат \Rightarrow Петья ошибся.

Ответ: Петья ошибся.

$\sim 4)$ Рассмотрим часть доски 3×8 .

X	X	X	X	X	X	X	X

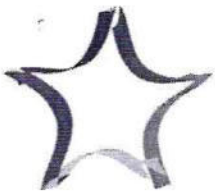
Заметим, что если не записать отмеченные клетки, то появится место для фанка, минимальное число фанков для заполнения отмеченных клеток - 4, значит для всей доски - 8. Пример:

/	/	/	/	/	/	/	/
/	/	/	/	/	/	/	/

Ответ: 8

40.

45.



Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

Шифр 18-08-54

5) $N_{н2} = d_1(t_{н2} - t_0)$

$N_{ок} = d_2(t_к - t_0)$

По графику видно, что при входе $N_{н2} = N_{ок}, t_{н2} = 60^\circ\text{C}$

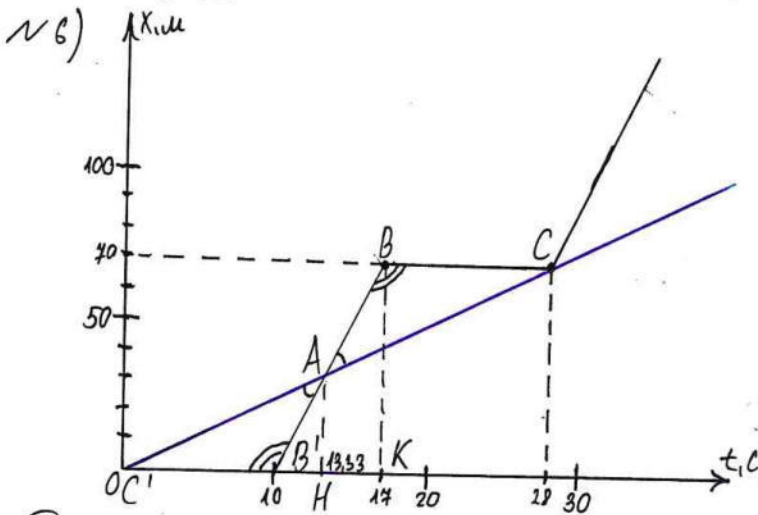
Заметим, что скорость нагрева воды зависит от разности $N_{н2}$ и $N_{ок}$, чем разность больше, тем больше v . Максимальное значение v принимается при $T_0 \approx 20^\circ\text{C}$. Поскольку $N_{н2}$ постоянна, то $N_{ок}$ при $T_0 = 20^\circ\text{C}$ примерно равно $N_{н2}$, следовательно $T_к = t_0 \Rightarrow t_0 \approx 20^\circ\text{C}$.

$N_{ок2} = d_2(t_к - t_0) = N_{н2}$

$\frac{N_{ок2}}{N_{ок}} = \frac{d_2(t_к - t_0)}{d_1(t_{н2} - t_0)} = \frac{100^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C}}{60^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C}} = 2 \Rightarrow N_{н2} = 2N_{н1} \Rightarrow$ Мощность нагревателя нужно увеличить примерно на 100%.

105

Ответ: $\approx 100\%$.



При $t_0 = 28\text{C}$ $v_{ср} = \frac{X_0}{t_0} = \frac{70\text{м}}{28\text{C}} = 2.5\text{м/с}$

Пределим прямоу графика $v_{ср} = \frac{X}{t}$.

$\Delta ABC \sim \Delta AB'C'$ по двум углам ($\angle BAC = \angle B'A'C'$ (как вертикал.), $\angle C'BA = \angle CBA$ ($C'B' \parallel BC$, секущая BB' , параллельно).

$\Rightarrow \frac{AB}{AB'} = \frac{CB}{C'B'}$

$CB = 11, C'B' = 10 \Rightarrow AB : A'B' = 11 : 10$

Отметим высоту AK из т. A . По теореме Пифагора $BK : KH = AB' : AB = 10 : 11$

$BK = 7 \Rightarrow BH = BK \cdot \frac{10}{21} = 3.33 \Rightarrow t_1 = 10 + 3.33 = 13.33\text{C}$.

Ответ: при $t_0 = 28$ $v_{ср} = 2.5\text{м/с}$; при $t_1 = 13.33\text{C}$ $v_{ср} = v_{ср}$.

155



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Газовский инженерно-экономический институт (филиал)
Федерального государственного бюджетного
образовательного учреждения высшего образования
"Ижевский государственный технический
университет имени М.П. Копылова"

Шифр 18-08-54

$$\sim 7) C_m V_{pм} \Delta t_1 = C_k \Delta t_1$$

$$C_k = C_m V_{pм}$$

Поскольку Δt_b и Δt_m равны, то и $t_b > t_m$, то $t_1 = \frac{t_b + t_m}{2} = 50^\circ\text{C}$

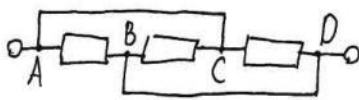
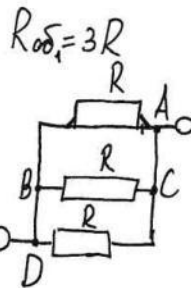
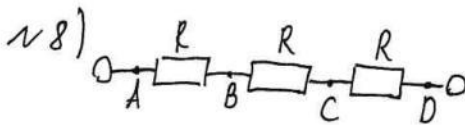
$$0,9 C_b V_{pб} (t_b - t_1) = 0,1 C_m V_{pм} (t_1 - t_m) + C_{мк} (t_1 - t_k)$$

$$t_k = \frac{0,9 C_b V_{pб} (t_b - t_1) - 0,1 C_m V_{pм} (t_1 - t_m) - C_{мк} (t_1 - t_k)}{-C_{мк}}$$

$$t_k = \frac{0,9 \cdot 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot^\circ\text{C}} \cdot 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 10^\circ\text{C} - 0,1 \cdot 2100 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot^\circ\text{C}} \cdot 900 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 10^\circ\text{C} - 2100 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot^\circ\text{C}} \cdot 900 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 50^\circ\text{C}}{-2100 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot^\circ\text{C}} \cdot 900 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}} =$$

$$= \frac{20^\circ\text{C} - 10^\circ\text{C} - 50^\circ\text{C}}{-1} = 31^\circ\text{C}$$

Ответ: $t_k = 31^\circ\text{C}$.



$$R_{од1} = 3R$$

$$R_{од2} = \frac{R}{3}$$

$$\Delta R_{од} = 10 \text{ Ом}$$

$$3R - \frac{R}{3} = \Delta R_{од}$$

$$\frac{8R}{3} = \Delta R_{од}$$

$$R = \frac{3 \Delta R_{од}}{8}$$

$$R = \frac{30 \text{ Ом}}{8} = 3,75 \text{ Ом}$$

Ответ: $R = 3,75 \text{ Ом}$

155

105